Cours de Sixième

Thomas MUSARD

Année scolaire 2019-2020

Table des matières

Première partie

Cours

Chapitre 1

Fractions décimales et nombres décimaux

I) Écriture des nombres

Rappel. On écrit un nombre en utilisant des chiffres : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 et 9.

Règle. Au pluriel, les mots servant à écrire les nombres sont invariables.

Exceptions.
- Les mots « cent » et « vingt » prennent un « s » au pluriel lorsqu'ils ne sont pas suivis par un autre nombre.
- Les mots « million » et « milliard » sont des noms qui s'accordent au pluriel.

Exemple.
- Les quatre feuilles ; huit cent treize mille habitants.
- Trois cent quatre-vingts spectateurs ; quatre-vingt-six grammes.
- Sept millions neuf cent mille habitants ; trois milliards cent millions d'euros

Règle. Pour écrire en toute lettre les nombres inférieurs à 100, on place un trait d'union entre les mots.

Exception. Le trait d'union est parfois remplacé par le mot « et ».

Exemple.
- Soixante-douze minutes ; trois cent quatre-vingt-dix-neuf personnes
- Quarante et un voleurs ; trente-trois mille soixante et onze visiteurs

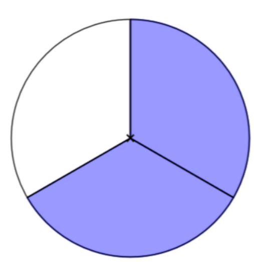
II) Fractions

1. Partage équitable

Vidéo : partage équitable

Rappel. Lorsqu'on partage une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, on obtient une **fraction**.

Exemple. La fraction $\frac{2}{3}$ (lire « deux tiers »), rend compte d'un partage de l'unité en trois parts égales puis de la prise de deux de ces parts.



Vocabulaire. Dans l'écriture $\frac{2}{3}$, « 2 » est le **numérateur** et « 3 » est le **dénominateur**.

2. Fractions décimales

Lorsque l'on partage une unité en 10 ; 100 ; 1 000... parts égales, on obtient alors une **fraction décimale**.

Définition. Une fraction décimale est une fraction de dénominateur 10 ; 100 ; 1 000...

Exemple. La fraction $\frac{247}{100}$ est une fraction décimale qui se lit : « deux cent quarante-sept centièmes ».

Propriété. Une fraction décimale possède plusieurs décomposisitions.

Exemple.
— $\frac{247}{100} = 2 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$: « deux unités et quatre dixièmes et huit centièmes »
— $\frac{247}{100} = 2 + \frac{47}{100}$: « deux unités et quarante-sept centièmes »

Remarque. La deuxième décomposition est la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale.

III) Nombres décimaux

Introduction : histoire de la virgule

1. Généralités

Définition. Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

Exemple.
— $0,1 = \frac{1}{10}$ (un dixième)
— $0,38 = \frac{38}{100}$.

On a désormais plusieurs manières d'écrire un nombre :
— Écriture décimale : 12,75
— En lettres : 12 unités et 75 centièmes
— Fraction décimale : $\frac{1\,275}{100}$
— Entier + Fraction : $12 + \frac{75}{100}$
— Décomposition : $(1 \times 10) + (2 \times 1) + (7 \times \frac{1}{10}) + (5 \times \frac{1}{100})$

2. Propriétés des nombres décimaux

Propriété. La partie décimale d'un nombre décimal peut s'écrire à l'aide d'un nombre fini de chiffres.

Exemple.
— $\frac{1}{2} = 0,5$ est un nombre décimal.
— $\frac{1}{3} = 0,33333333...$ n'est pas un nombre décimal : il n'y a pas un nombre fini de chiffres dans la partie décimale.

Propriété. Un nombre entier est un nombre décimal.

Exemple. $25 = 25,0$ est un nombre décimal.

3. Rang d'un chiffre

milliards			millions			milliers			unités			**virgule**	dixième	centième	millième	dix-millième
centaine	dizaine	unité	centaine	dizaine	unité	centaine	dizaine	unité	centaine	dizaine	unité					
							1	5	0	7	8	,	2	3	9	
Partie entière													Partie décimale			

- 2 est le chiffre des dixièmes.
- 150 782 est le nombre de dixièmes.

Méthode. Passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire - Vidéo : nombre décimal vers fraction

Donner l'écriture fractionnaire de 8,7.

1. Le numérateur sera constitué de $8,7$ sans la virgule : 87.
2. On repère le dernier chiffre : 7. Son rang correspond à celui des dixièmes. Le dénominateur sera donc 10.

$$8,7 = \frac{87}{10}$$

Donner l'écriture fractionnaire de 321,32.

1. Le numérateur sera constitué de $321,32$ sans la virgule : $32\,132$.
2. On repère le dernier chiffre : 2. Son rang correspond à celui des centièmes. Le dénominateur sera donc 100.

$$321,32 = \frac{32\,132}{100}$$

Donner l'écriture fractionnaire de 4,235.

1. Le numérateur sera constitué de $4,235$ sans la virgule : $4\,235$.
2. On repère le dernier chiffre : 5. Son rang correspond à celui des millièmes. Le dénominateur sera donc 1 000.

$$321,32 = \frac{4\,235}{1\,000}$$

Méthode. Passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale - Vidéo : fraction vers nombre décimale

Donner l'écriture décimale de $\frac{32}{10}$.

1. Dernier chiffre : 2. Le dénominateur est 10, donc 2 est au rang des dixièmes (1er chiffre après la virgule).
2. On complète avec le chiffre 3 qui est au rang des unités. **Ne pas oublier la virgule !**

$$\frac{32}{10} = 3,2$$

Donner l'écriture décimale de $\frac{483}{100}$.

1. Dernier chiffre : 3. Le dénominateur est 100, donc 3 est au rang des centièmes (2ème chiffre après la virgule).
2. On complète avec les chiffres 4 et 8 (unité et dixième).

$$\frac{483}{100} = 4,83$$

Donner l'écriture décimale de $\frac{536}{1\,000}$.

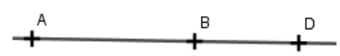
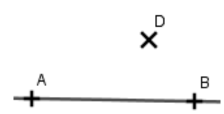
1. Dernier chiffre : 6. Le dénominateur est 1 000, donc 6 est au rang des millièmes (3ème chiffre après la virgule).
2. On complète avec les chiffres 5 et 6 (dixième et centième). **Ne pas oublier la partie entière qui vaut 0 !**

$$\frac{536}{1\,000} = 0,536$$

Chapitre 2

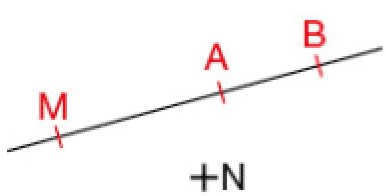
Droites sécantes, perpendiculaires et parallèles

I) Segment, droite, demi-droite, appartenance

Notation	**Signification**	**Illustration**
(AB)	Droite passant par les points A et B	
$[AB]$	Segment **d'extrémités** A et B	
$[AB)$	Demi-droite **d'origine** le point A passant par le point B	
$D \in (AB)$	Le point D appartient à la droite (AB)	
$D \notin (AB)$	Le point D n'appartient pas à la droite (AB)	

Définition. Lorsque trois points (ou plus) **appartiennent à une même droite** (pas nécessairement tracée), alors ils sont dits **alignés**.

Exemple. $A \in (AB)$; $B \in (AB)$; $M \in (AB)$ mais $N \notin (AB)$.

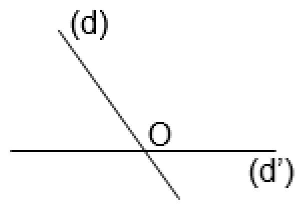


II) Droites sécantes et perpendiculaires

1. Droites sécantes

Définition. Deux droites sont dites **sécantes** si elles se rencontrent en un seul point appelé point d'intersection.

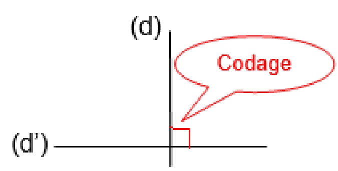
Exemple. Les droites (d) et (d') sont sécantes et le point O est le point d'intersection.



2. Droites perpendiculaires

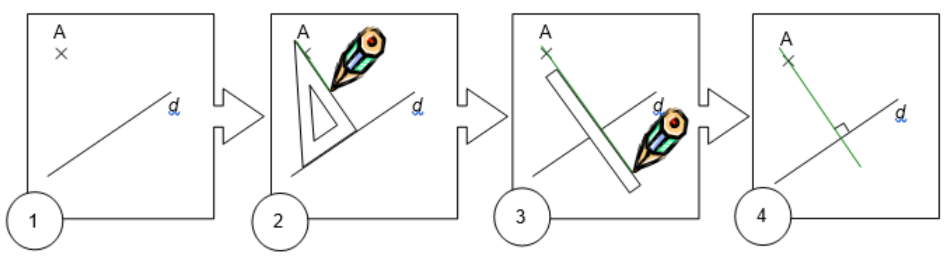
Définition. Deux droites sont dites **perpendiculaires** si elles se coupent en formant un angle droit.

Exemple.



Notation. $(d) \perp (d')$.

Méthode. Construire une droite perpendiculaire à une autre droite passant par un point.
Vidéo : construction perpendiculaire

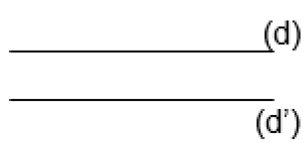


III) Droites parallèles

1. Généralités

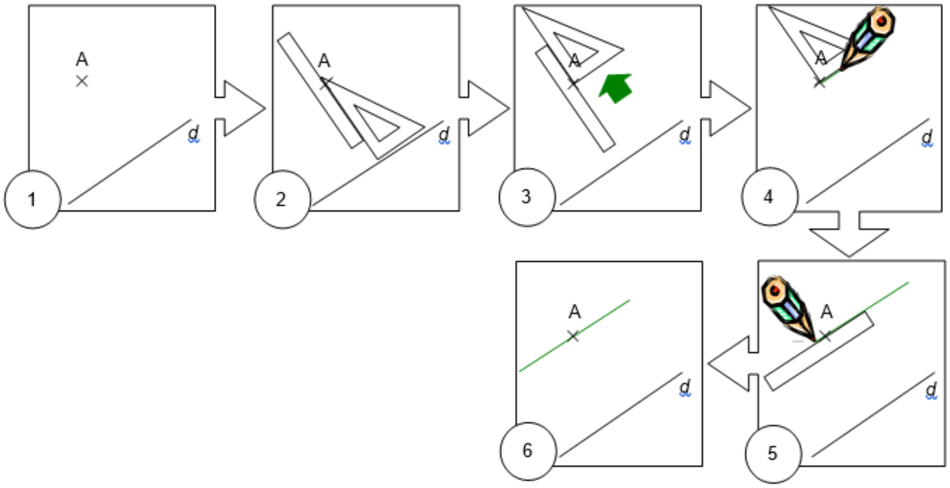
Définition. Deux droites sont dites **parallèles** si elles ne sont pas sécantes.

Exemple.

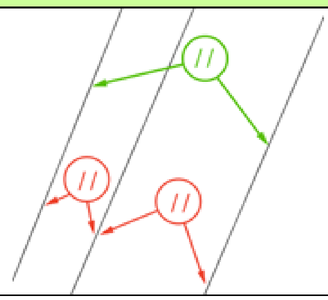
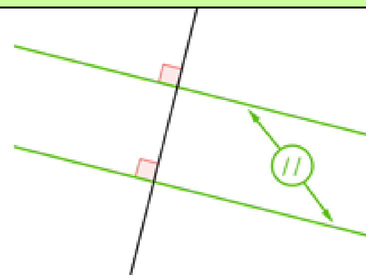
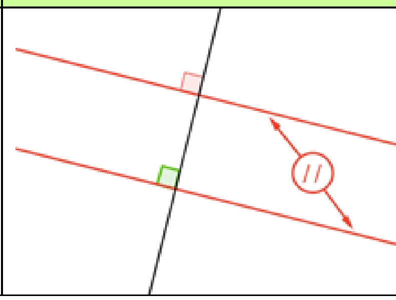


Notation. $(d)//(d')$.

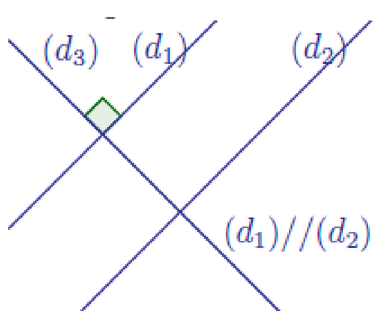
Méthode. Construire une droite parallèle à une autre droite passant par un point.
Vidéo : construction parallèle



2. Propriétés des droites parallèles

Propriété 1	Propriété 2	Propriété 3
Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.	Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.	Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
		

Méthode. Appliquer une propriété pour démontrer.
Montrer que les droites (d_2) et (d_3) sont perpendiculaires.



— **Je sais que** les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et que les droites (d_1) et (d_3) sont perpendiculaires.
— **Or**, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
— **Donc** les droites (d_2) et (d_3) sont perpendiculaires.

Chapitre 3

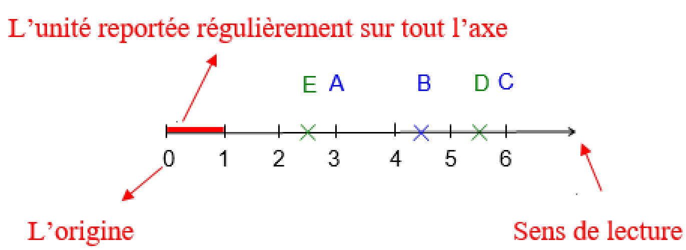
Comparaison des nombres décimaux

I) Repérage sur une demi-droite graduée

Définition. Une demi-droite graduée est une demi-droite sur laquelle on a fixé :

— Un point de départ appelé **origine** (associé au chiffre 0).
— Une unité de longueur que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine.
— Un sens de lecture (généralement de gauche à droite).

Exemple.



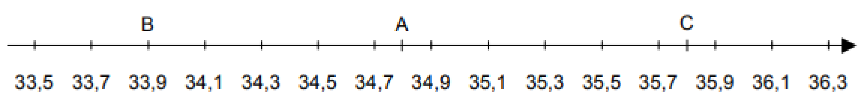
Propriété. Sur une demi-droite graduée :
— Chaque point est repéré par un nombre appelé **abscisse** de ce point.
— A chaque nombre correspond un point.

Exemple.

1. L'abscisse du point A est 3. Elle se note $A(3)$.
2. L'absisse du point B est $4,5$.
3. $C(6)$; $D(5,5)$; $E(2,5)$

Méthode. Placer un nombre sur une demi-droite graduée.
Vidéo : points droite graduée
Placer les points suivants.

$$A(37,8) \;\; ; \;\; B(33+\frac{9}{10}) \;\; ; \;\; C(\frac{358}{10})$$



II) Comparaison de deux nombres décimaux

Notations.
— 3 est plus grand que 2 : $3 > 2$
— 2 est plus petit que 3 : $2 < 3$

Exemple. Consulter : Vidéo : comparer des nombres

Méthode. Comparer les nombres : $8,32$ et $8,4$.
Dire que 8,32 $>$ 8,4 est faux, car 32 et 4 n'occupent le même rang dans l'écriture du nombre !

1. Si les parties décimales des deux nombres ne sont pas au même rang, on ajoute un ou plusieurs « 0 » : $8,4 = 8,40$.
2. On compare les parties décimales : $32 < 40$.
3. On conclut : $8,32 < 8,40$.

III) Rangement de nombres décimaux

1. Ordonner

Exemple. Consulter : Vidéo : ordonner des nombres

Méthode. Ordonner des nombres.

1. Ranger ces dans **l'ordre croissant** (**du plus petit au plus grand**) : 3 ; $2,31$; $2,5$; $1,9$.
   (a) On regarde les parties entières et on fait un premier classement : $1,9 < \begin{matrix} 2,31 \\ 2,5 \end{matrix} < 3$
   (b) On regarde les parties décimales des nombres ayant pour partie entières 2. Rappelons que $2,5 = 2,50$. On a donc $2,31 < 2,50$ car $31 < 50$.
   (c) On conclut : $1,9 < 2,31 < 2,5 < 3$.
2. Ranger ces dans **l'ordre décroissant** (**du plus grand au plus petit**) : $9,6$; $8,9$; 11 ; $8,79$.
   (a) On regarde les parties entières et on fait un premier classement : $11 > 9,6 > \begin{matrix} 8,9 \\ 8,79 \end{matrix}$.
   (b) On regarde les parties décimales des nombres ayant pour partie entières 8. Rappelons que $8,9 = 8,90$. On a donc $8,90 > 8,79$ car $90 > 79$.
   (c) On conclut : $11 > 9,6 > 8,9 > 8,79$.

2. Encardement

Méthode. Encadrer un nombre.
Vidéo : encadrer un nombre

1. Donner un encadrement à l'unité de $3,67$.On prend arrondis inférieurs et supérieurs : $3 < 3,67 < 4$.
2. Donner un encadrement au dixième de $3,67$.
   (a) On encadre 67 par les deux dizaines les plus proches : $60 < 67 < 70$
   (b) On conclut : $3,60 < 3,67 < 3,70$; c'est-à-dire : $3,6 < 3,67 < 3,7$.

3. Intercalage

Méthode. Intercaler un nombre décimal.

1. Intercaler un nombre décimal entre $3,5$ et $3,9$. Il suffit ici de choisir un chiffre des dixièmes entre 5 et 9 : $3,5 < 3,7 < 3,9$.
2. Intercaler un nombre décimal entre $3,5$ et $3,6$. On ne peut pas choisir un chiffre des dixièmes entre 5 et 6 : il faut donc chercher au niveau des centièmes.
   (a) On transforme $3,5$ et $3,6$ en ajoutant un « 0 » pour aller au rang des centièmes : $3,50$ et $3,60$.
   (b) On choisit un nombre de centièmes compris entre 50 et 60.
   (c) On conclut : $3,5 < 3,53 < 3,6$.
3. Intercaler un nombre décimal entre $3,7$ et $3,71$.
   (a) On transforme les nombres pour qu'ils aient le même nombre de décimales : $3,7 = 3,70$.
   (b) Pusiqu'il n'est pas possible de trouver un nombre de centièmes entre 70 et 71, on va au rang inférieur : les millièmes : $3,70 = 3,700$ et $3,71 = 3,710$.
   (c) On choisit un nombre de millièmes compris entre 700 et 710.
   (d) On conclut : $3,7 < 3,708 < 3,71$.

Chapitre 4

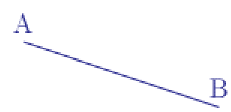
Segments et longueurs

I) Segment

1. Généralités

Définition. Un segment est une portion de droite limitée par deux points appelés extrémités.

Exemple. Segment d'extrémités les points A et B.



Rappel. Le segment délimité par les points A et B se note $[AB]$.

2. Longueur d'un segment

Définition. La longueur d'un segment est la distance entre les extrémités du segment.

Notation. La longueur du segment $[AB]$ se note : AB.

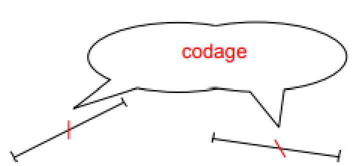
Rappel. Tableau de conversion des longueurs. L'unité de base pour mesurer une longueur est le mètre (m).

kilomètre	**hectomètre**	**décamètre**	**mètre**	**décimètre**	**centimètre**	**millimètre**
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	0	0	0			
			2	5		

- $1\,km = 1\,000\,m$
- $25\,dm = 2,5\,m$

Définition. Deux segments sont de **même longueur** s'ils sont **superposables**.

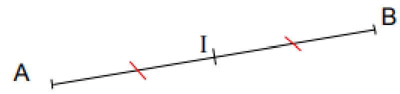
Exemple.



II) Milieu d'un segment

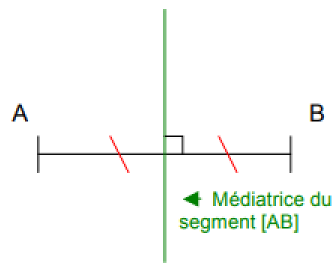
Définition. Le milieu d'un segment est le point du segment qui est **équidistant** (à la même distance) de chaque extrémité du segment.

Exemple. Le milieu I d'un segment $[AB]$ se trouve sur le segment $[AB]$ tel que $AI = BI$.



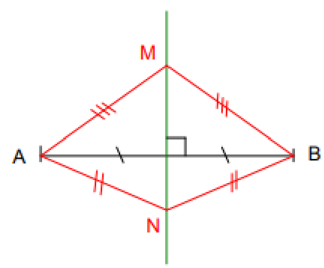
Définition. La **médiatrice d'un segment** est la **droite** passant **perpendiculairement par le milieu** de ce segment.

Exemple.



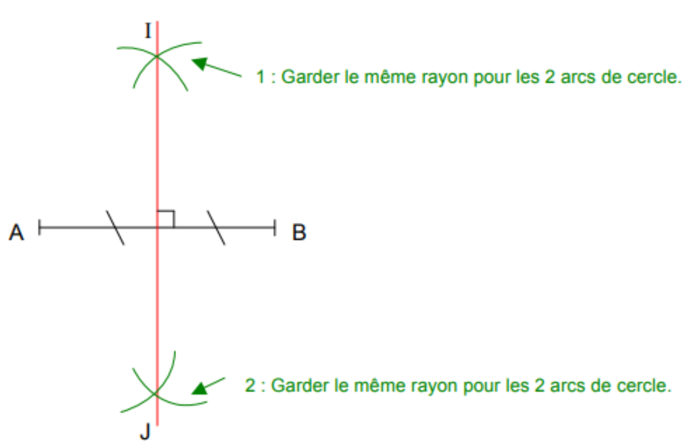
Propriété. Tous les points de la médiatrice d'un segment sont à égale distance des extrémités de ce segment.

Exemple. $MA = MB$ et $NA = NB$.



Méthode. Construire la médiatrice d'un segment avec le compas.
Vidéo : construction médiatrice compas

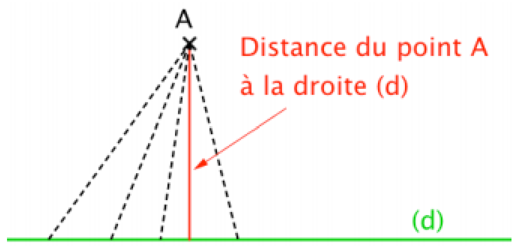
1. Prendre le compas et l'ouvrir avec un écartement plus grand que la moitié de la longueur du segment $[AB]$.
2. En haut du segment, construire deux arcs de cercle de même rayon et de centres A et B. Les arcs de cercle de coupent en un point I.
3. En bas du segment construire deux arcs de cercle de même rayon et de centres A et B. Les arcs de cercle de coupent en un point J.
4. Tracer la droite (IJ) : c'est la médiatrice du segment $[AB]$.
5. Coder : milieu du segment et perpendicularité.



III) Distance d'un point à une droite

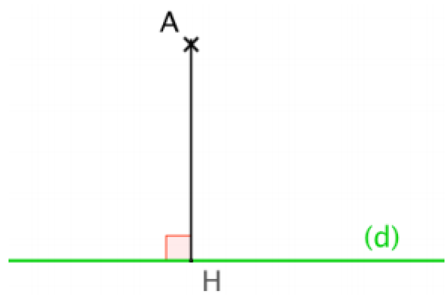
Définition. La distance d'un point à une droite est la longueur du plus petit segment reliant ce point à l'un des points de la droite.

Exemple.



Propriété. La distance d'un point A à une droite (d) est la longueur du segment reliant le point A au pied de la perpendiculaire à (d) passant par ce même point A.

Exemple. La perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A coupe la droite (d) au point H. AH est la distance du point A à la droite (d).



Chapitre 5

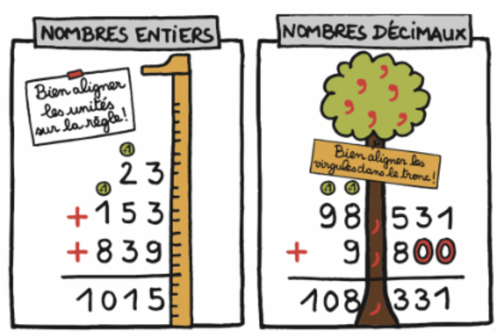
Opérations

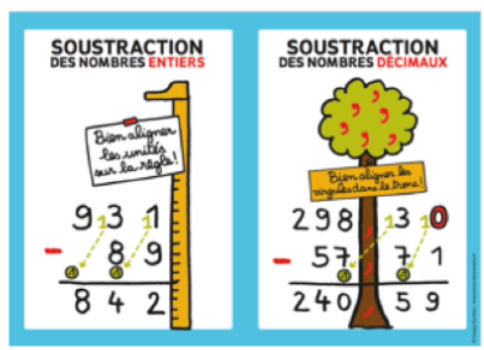
I) Vocabulaire

Addition	Soustraction	Multiplication
$3+4=7$	$8-3=5$	$8\times 9=72$.
3 et 4 sont les **termes**	8 et 3 sont appelés **termes**	8 et 9 sont appelés **facteurs**
7 est la **somme** de 3 et 4	5 est appelé **différence** de 8 et 3	72 est appelé **produit** de 8 par 9

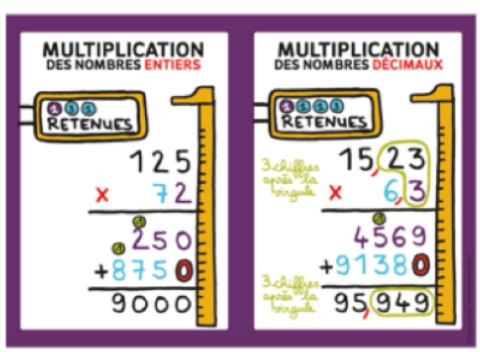
II) Calculs posés

1. Addition et soustraction





2. Multiplication



Méthode. Multiplier des nombres décimaux.

1. On écrit les nombres sans se préoccuper des virgules.
2. On effectue la multiplication des deux nombres comme si on multipliait deux nombres entiers.
3. Ajouter les virgules, compter le nombre de décimales (ici, 3) et mettre la virgule de sorte à avoir 3 décimales.

III) Calculs avec priorités

1. Priorité de la multiplication

$2+3\times 6$ mentalement : 30. A la calculatrice : on trouve 20 ! ! Conclusion : effectuer **la multiplication en premier**.

$$2+3\times 6=2+18=20$$

Règle. Dans un calcul, la multiplication est prioritaire sur l'addition.

Méthode. Priorité de la multiplication.

$$\begin{array}{lll} A=5+2\times 6 & B=3\times 7-8\times 2 & C=32-2+4\times 3 \\ A=5+12 & B=21-16 & C=32-2+12 \\ A=17 & B=5 & C=42 \end{array}$$

2. Priorité des parenthèses

Règle. Dans un calcul avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Méthode. Priorité des parenthèses.
Vidéo : priorités

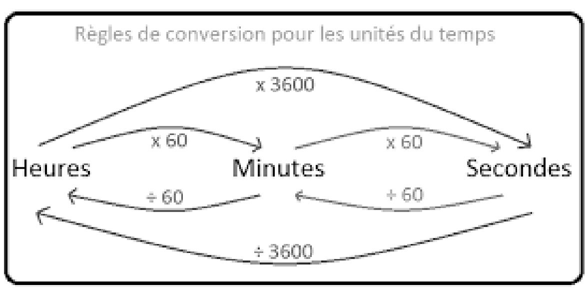
$$\begin{array}{ll} A=19-(4+3) & B=30-(4+2\times 5) \\ A=19-7 & B=30-(4+10) \\ A=12 & B=30-14 \\ & B=16 \end{array}$$

IV) Calculs de durées

1. Unités de durée

heure	minute	seconde
h	min	s
$1h=60\,min=3\,600\,s$	$1\,min=60\,s$	$1\,s$

2. Conversions et calculs



Méthode. Priorité des parenthèses.
Vidéo : durées

1. Convertir $25\,min$ en secondes.

$$25\,min=25\times 60\,s=1\,500s$$

2. Calculer $2h35min+3h48min$.

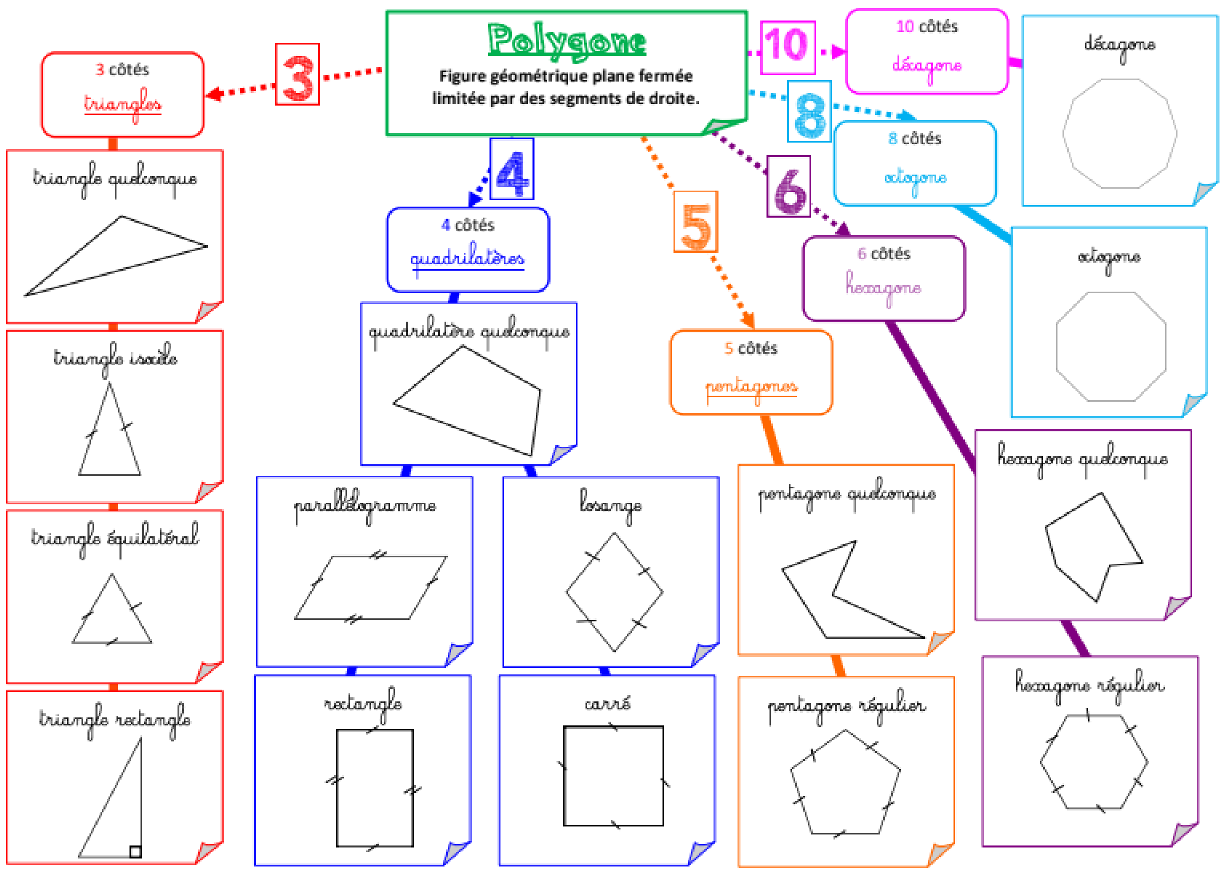
$$2h35min+3h48min=5h+83min=5h+60min+23min=5h+1h+23min=6h23min$$

Chapitre 6

Figures usuelles et périmètres

I) Figures usuelles

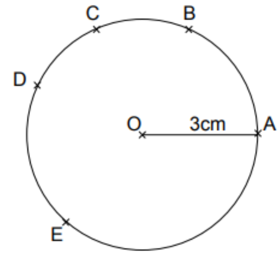
1. Polygones



2. Cercle

a) Introduction

Vidéo : introduction cercle
Placer les points A ; B ; C ; D et E à $3\,cm$ d'un point O.



On constate que tous les points appartiennent au cercle de centre O et de rayon $3\,cm$.

b) Généralités

Définition. Un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O est formé de tous les points situés à la même distance du point O. Cette distance commune est appelée le **rayon du cercle**.

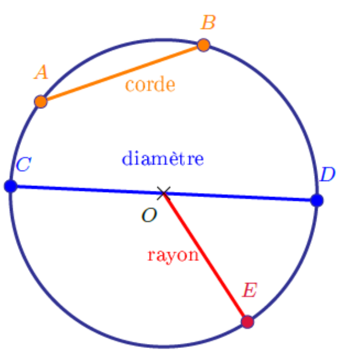
Définition.

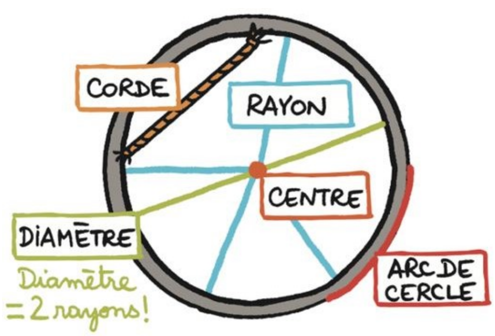
1. Une corde est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle.
2. Un diamètre est une corde passant par le centre O du cercle.

Propriétés.

1. « diamètre= rayon×2 »
2. « rayon= diamètre: 2 »

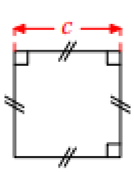
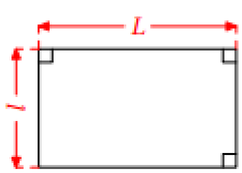
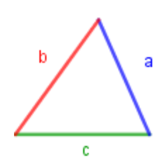
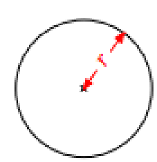
Exemple.





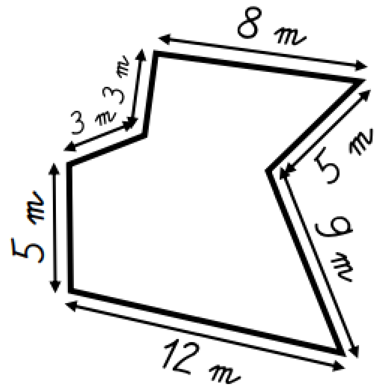
III) Périmètre d'une figure

Définition. Le périmètre d'une figure est la mesure de son contour.

Carré	Rectangle	Triangle	Cercle
			
$4 \times c = 4c$	$2 \times (L + l) = 2 \times L + 2 \times l$	$a + b + c$	$\pi \times r \times r = \pi r^2$

Remarque. Il est facile de calculer le périmètre d'un carré, d'un rectangle ou d'un triangle sans connaître la formule. Par contre, il faut apprendre la formule du périmètre du cercle !

Méthode. Calculer le périmètre d'un polygone.

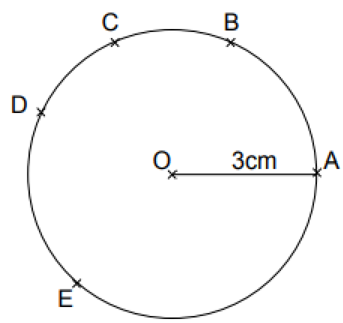


1. On ajoute toutes les longueurs rencontrées en faisant le contour de la figure.

$$5 + 3 + 3 + 8 + 5 + 9 + 12 = 45$$

2. On fait une phrase-réponse : le périmètre de la figure est de $45\,cm$.

Méthode. Calculer le périmètre d'un cercle.
Vidéo : périmètre cercle



1. On applique la formule en utilisant la calculatrice pour π.

$$2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 3 \approx 18,85$$

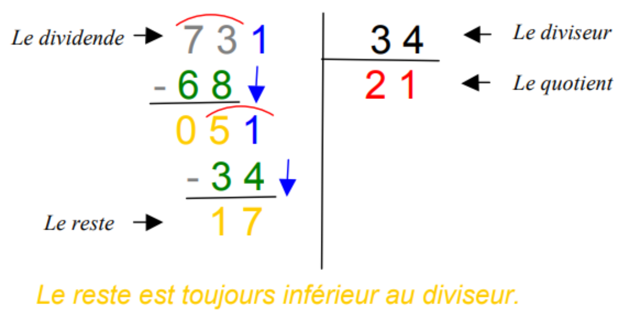
2. On fait une phrase-réponse : le périmètre du cercle est d'environ $18,85\,cm$.

Chapitre 7

Division

I) Division euclidienne

Méthode. Effectuer une division euclidienne.
Vidéo : division euclidienne



Remarque. On a l'égalité : $731 = 21 \times 34 + 17$.

Propriété. Effectuer une division euclidienne d'un nombre entier (appelé dividende) par un nombre entier (appelé diviseur) différent de 0, c'est trouver deux nombres entiers, le quotient et le reste tels que :

$$\text{dividende} = \text{quotient} \times \text{diviseur} + \text{reste} \text{ avec } \text{reste} < \text{diviseur}$$

II) Critères de divisibilité

1. Vocabulaire

La division euclidienne de 24 par 6 est : $24 = 6 \times 4 + 0$. Puisque le reste de cette division euclidienne vaut 0, on dira que :

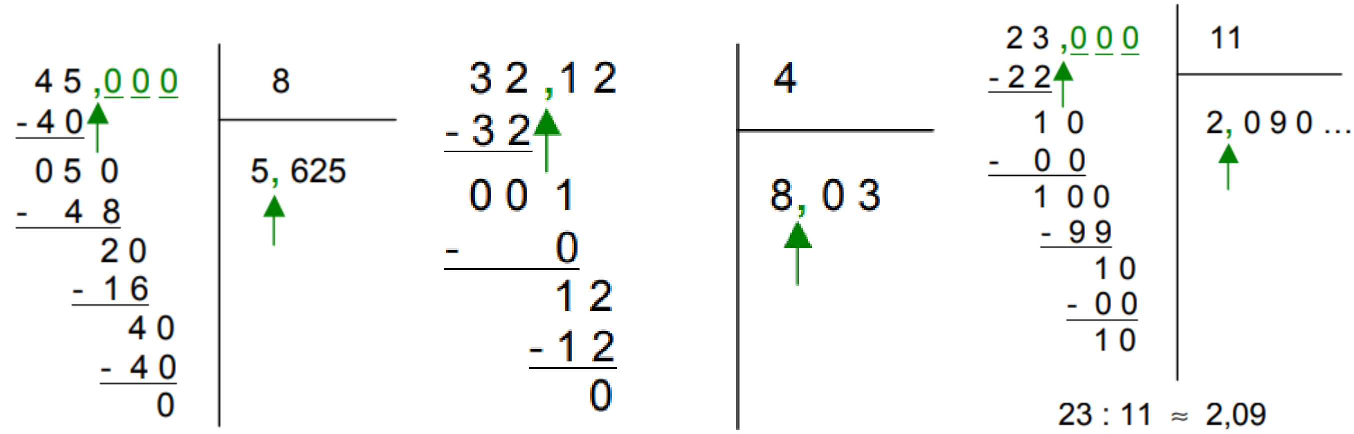
— 24 est un **multiple** (est dans la table de multiplication) de 6 et 4.
— 24 est **divisible** par 6 et 4.
— 6 et 4 sont des **diviseurs** de 24.

2. Les critères

Un nombre est divisible par	si	Exemple(s)	Vidéo
2	le nombre se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8	14 ; 258 ; 19 022	Vidéo : par 2
3	la somme de ses chiffres est divisible par 3	525 $(5+2+5=12)$	Vidéo : par 3
5	le nombre se termine par 0 ou 5	15 ; 140 ; 152 955	Vidéo : par 5
9	la somme de ses chiffres est divisible par 9	765 $(7+6+5=18)$	Vidéo : par 9

III) Division décimale

Méthode. Effectuer une division décimale.
Vidéo : division décimale 1 – Vidéo : division décimale 2 – Vidéo : division décimale 3



Rappel. Diviser un nombre par 10 ; 100 ; 1 000 : voir la partie II) du calcul mental.

Chapitre 8

Angles

I) Notion d'angle

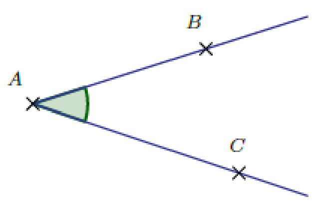
Définition. Un angle est une ouverture délimitée par deux demi-droites de même origine.

Vocabulaire.

1. L' origine de ces deux demi-droites est appelé le sommet de l'angle.
2. Les deux demi-droites sont les côtés de l'angle.

Notation. On note un angle avec trois lettres surmontées d'un « chapeau ». La lettre du milieu est celle qui désigne le sommet de l'angle.

Exemple.

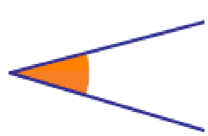
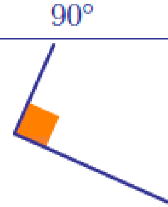
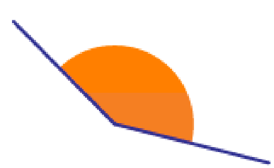
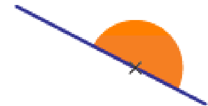


- A est le sommet de l'angle
- L'angle est délimité par les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$
- Cet angle se nomme $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$

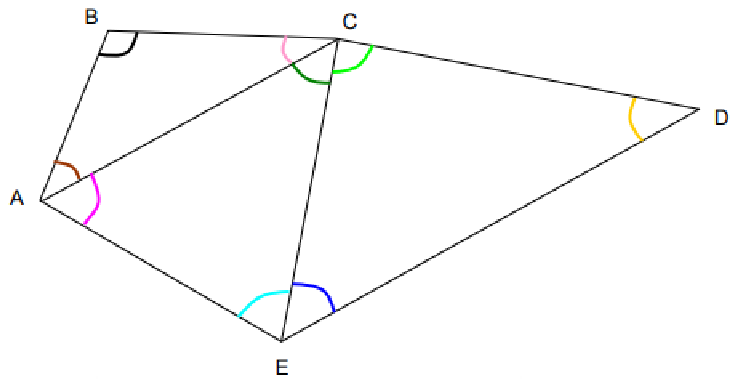
II) Mesurer un angle

Définition. Le degré est l'unité d'angle telle que l'angle droit mesure 90 et l'angle plat mesure 180.

Angles à savoir reconnaitre.

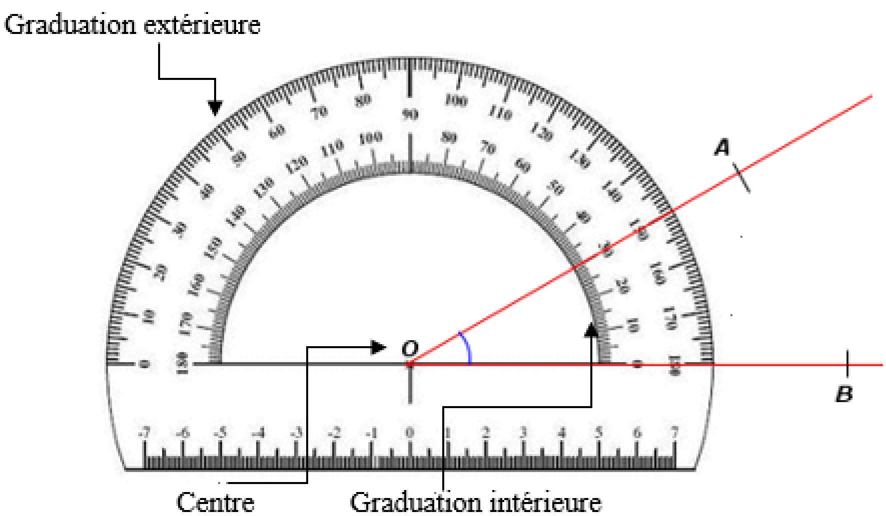
Angle	aigu	droit	obtus	plat
Mesure	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°
Exemple				

Méthode. Déterminer le nom et la nature d'un angle.



Angle	Noir	Marron	Rose 1	Rose 2	Vert foncé	Bleu clair	Bleu foncé	Vert clair	Orange
Nom	$\widehat{ABC}$	$\widehat{BAC}$	$\widehat{BCA}$	$\widehat{CAE}$	$\widehat{ACE}$	$\widehat{AEC}$	$\widehat{CED}$	$\widehat{ECD}$	$\widehat{CDE}$
Nature/Type	obtus	aigu	aigu	aigu	aigu	aigu	aigu	droit	aigu

Pour mesurer ou construire un angle, on utilise le **rapporteur.**



Méthode. Mesurer et construire un angle.

- Mesurer un angle : Vidéo : mesurer un angle
- Construire un angle : Vidéo 1 : angle aigu – Vidéo 2 : angle obtus

Chapitre 9

Fractions

I) Fractions et quotient

Introduction. Vidéo : écriture décimale d'un quotient

Définition. Une fraction est le quotient de deux nombres entiers.

La fraction $\frac{3}{4}$ possède une écriture décimale (voir vidéo).

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$

$\frac{3}{4}$ est le quotient de 3 par 4. Il se définit comme le nombre qui, multiplié par 4, donne 3.

$$\frac{3}{4} \times 4 = 3 : 4 \times 4 = 3$$

Propriété. a et b désignent deux nombres entiers avec $b \neq 0$. La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

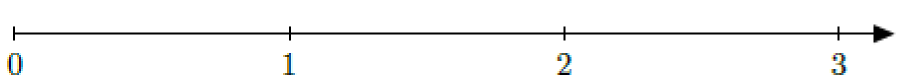
Remarque. Toutes les fractions ne possèdent pas d'écriture décimale.

Exemple. $\frac{10}{3} = 3,333333333...$

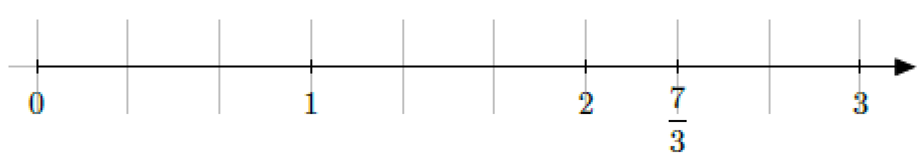
II) Demi-droite graduée

Méthode. Placer le nombre $\frac{7}{3}$sur une demi-droite graduée.

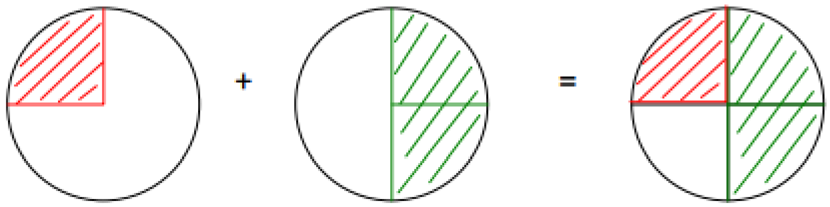
1. On choisit une unité qui se partage 3 car le dénominateur est 3 (par exemple 3 carreaux se partage en 3 morceaux de 1 carreau).
2. On trace une demi-droite graduée sur laquelle l'unité est l'unité choisie (par exemple 3 carreaux).



3. Puisque $\frac{7}{3} = 7 \times \frac{1}{3}$, on reporte 7 fois le tiers de l'unité.



III) Somme de deux fractions de même dénominateur



$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

Règle. Lorsqu'on additionne deux fractions qui ont le même dénominateur, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

Méthode. Additionner et soustraire des fractions de même dénominateur.
Vidéo : somme de deux fractions

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4+3}{5}=\frac{7}{5} \quad \frac{5}{2}-\frac{4}{2}=\frac{5-4}{2}=\frac{1}{2}$$

IV) Fraction d'une quantité

Introduction.

— Prendre le double de 5 : 2×5

— Prendre le triple de 8 : 3×8

— Dans une classe de 6ème, on compte 24 élèves. Les trois huitièmes sont des filles. Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?
Calculons les trois huitièmes de 24 élèves.

$$\frac{3}{8}\times24 = 24\times\frac{3}{8} = 24\times3:8 = 24:8\times3 = 3\times3 = 9$$

Il y a donc 9 filles dans cette classe.

Définition. Prendre une fraction d'une quantité c'est multiplier cette fraction par cette quantité.

Exemple.

$$18\times\frac{7}{6} = 18:6\times7 = 3\times7 = 21$$

V) Pourcentages

1. Appliquer un pourcentage

40 % des élèves sont externes signifie que sur cent enfants, 40 sont externes.

$$40\,\% \leftrightarrow 40 \text{ pour cent} \leftrightarrow 40 \text{ sur } 100 \leftrightarrow \frac{40}{100}$$

Méthode. Appliquer un pourcentage.
Si 40 % des enfants sont externes sur un nombre total d'élèves de 850, combien d'élèves sont externes ?
Ce problème revient à calculer les **40 % des 850 élèves** :

$$\begin{aligned}40\,\%\times850 &= \frac{40}{100}\times850\\ &= 340\end{aligned}$$

340 élèves sont externes.

2. Pourcentages à connaitre

Pourcentage	**10 %**	**25 %**	**50 %**	**75 %**	**100 %**	**200 %**	**300 %**
Fraction	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}\left(= 3 \times \frac{1}{4}\right)$	$\frac{100}{100} = 1$	$\frac{200}{100} = 2$	$\frac{300}{100} = 3$
On prend...	le dixième	le quart	la moitié	les trois quarts	le tout	le double	le triple
On multiplie par...	0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3

Exemple. Consulter : Vidéo : calculer des pourcentages

3. Calculs de réduction

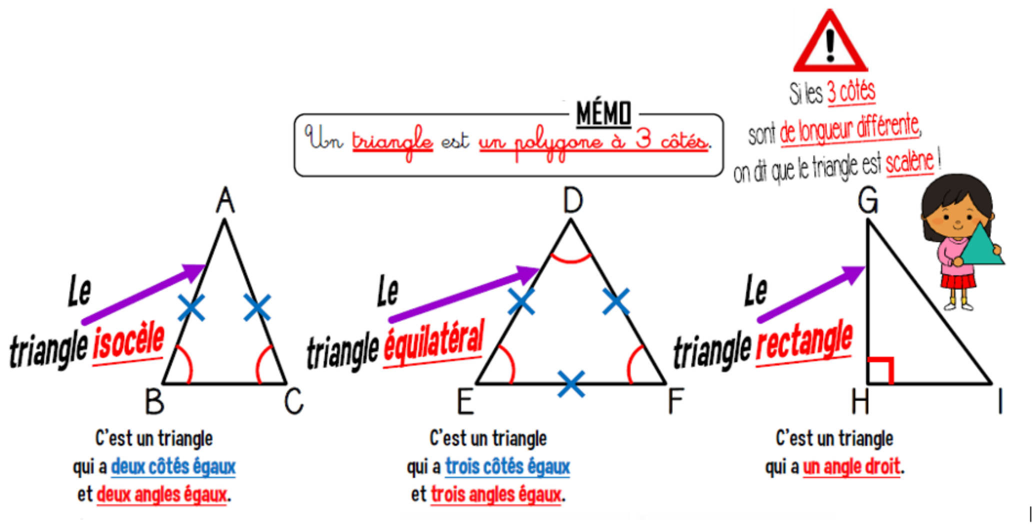
Méthode. Calculer une réduction.
Vidéo : Calculer une réduction
Sur un tee-shirt qui coûtait 26 €, le commerçant accorde une remise de 40 %. Quel est le nouveau prix ?

1. Calcul de la réduction, autrement dit 40 % de 26.
2. Calcul du nouveau prix :
   (a)
   $$26 - 10,40 = 15,60$$
3. Phrase-réponse : le prix est de 15,60€.

Chapitre 10

Triangles

I) Généralités



II) Construction de triangles

Ne pas oublier le schéma à main levée avant de construire !

Ne pas oublier d'indiquer toutes les informations sur la figures (longueurs et codage) !

1. Avec les trois longueurs

Vidéo : construction 1

2. Avec un angle et deux longueurs

Vidéo : construction 2

3. Avc deux angles et une longueur

Vidéo : construction 3

4. Construction des triangles particuliers

— Triangle isocèle : Vidéo : construction triangle isocèle
— Triangle équilatéral : Vidéo : construction triangle équilatéral
— Triangle rectangle : Vidéo : construction triangle rectangle 1 – Vidéo : construction triangle rectangle 2

Chapitre 11

Proportionnalité et représentations graphiques

I) Reconnaitre une situation de proportionnalité

Définition. Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel on peut passer d'une ligne à une autre en multipliant (ou divisant) toujours par le même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Formule. Le coefficient de proportionnalité s'obtient avec le quotient :

$$„\frac{\text{valeur 2ème ligne}}{\text{valeur 1ère ligne}}“$$

Exemple. La quantité de sirop est-elle proportionnelle à la quantité d'eau ?

Il s'agit de vérifier si ce tableau est un tableau de proportionnalité ou non.

Quantité de sirop (cL)	2	3	7
Quantité d'eau (dL)	5	7,5	17,5

Calculons séparément.

$$\frac{5}{2} = 2,5 \ ; \ \frac{7,5}{3} = 2,5 \ ; \ \frac{17,5}{7} = 2,5$$

Puisque les résultats sont égaux, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité (avec un coefficient de proportionnalité égal à 2,5).

Ainsi, la quantité de sirop est proportionnalle à la quantité d'eau.

II) Appliquer une situation de proportionnalité

Exemple. $2\,m^2$ de carrelage coûtent 40 €. Le prix est proportionnel à la quantité achetée. Compléter le tableau ci-dessous.

Quantité (m^2)	1	2	10	12	20	25	30	40	50
Prix (€)		40							

1. On détermine le coefficient de proportionnalité.

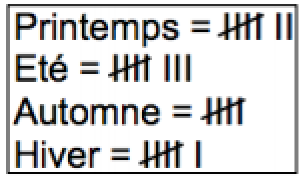
$$\frac{40}{2} = 20$$

2. Il suffit de multiplier les valeurs de la première ligne par 20 afin de trouver les valeurs de la seconde ligne.

Quantité (m^2)	1	2	10	12	20	25	30	40	50
Prix (€)	20	40	200	240	400	500	600	800	1 000

III) Tableaux

On a relevé les saisons de naissance auprès d'une classe de 26 élèves de 6ème :



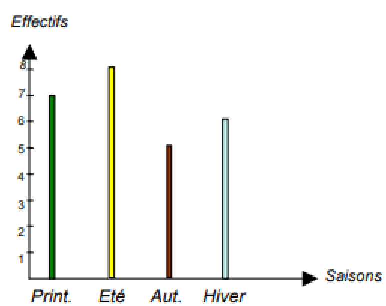
On peut représenter ces résultats dans un tableau (appelé tableau des effectifs).

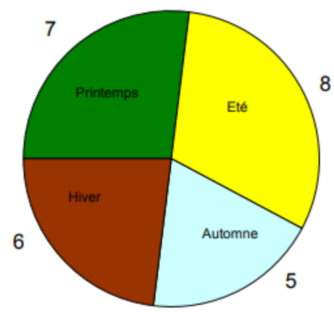
Saison	Printemps	Été	Automne	Hiver
Effectif	7	8	5	6

II) Représentations graphiques

1. Diagramme en bâtons, diagramme circulaire

On peut aussi regrouper les données de notre exemple dans un diagramme en bâtons ou dans un diagramme circulaire.



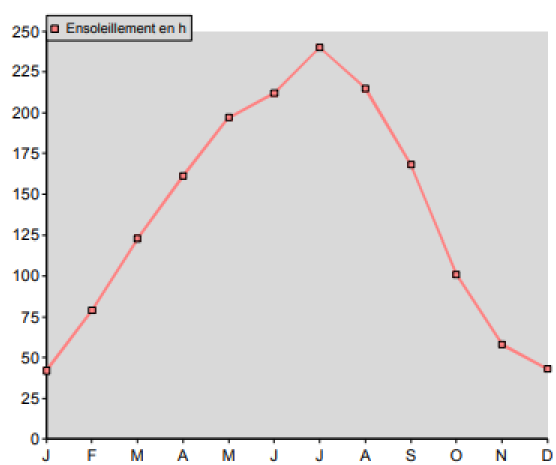


— Titre du diagramme en bâtons : Diagramme en bâtons des saisons de naissance des élèves de 6e
— Titre du diagramme circulaire : Diagramme circulaire des saisons de naissance des élèves de 6e

2. Graphique cartésien

Les statistiques météo ci-dessous représentent les valeurs moyennes des durées d'ensoleillement à Strasbourg pour chacun des mois de l'année. La période d'échantillonnage des données représentées est de 30 ans, soit de 1961 à 1991.

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Durée d'ensoleillement (en h)	42	79	123	161	197	212	240	215	168	101	58	43



— Titre du graphique : Graphique des valeurs moyennes des durées d'ensoleillement à Strasbourg pour chacun des mois de l'année.

Chapitre 12

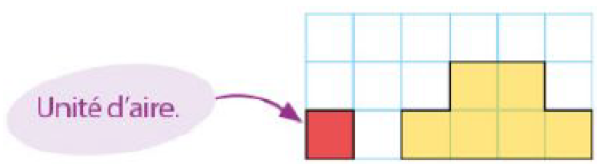
Aires

I) Généralités

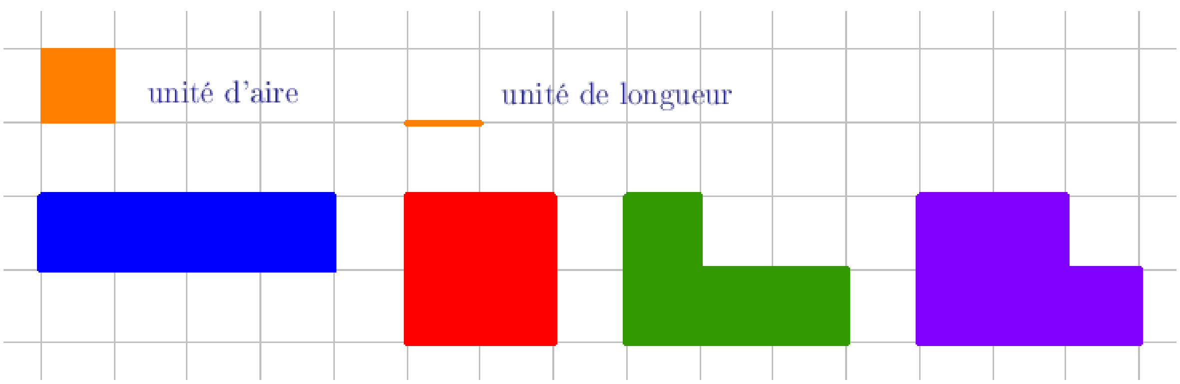
Définition.

1. La surface d'une figure est la partie qui se trouve à l'intérieur de la figure.
2. L'aire est la mesure de la surface.

Exemple. L'aire de cette figure est de 6 unités d'aires (6 carreaux ici).



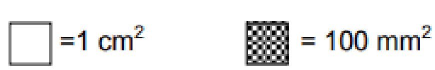
Remarque. Ne surtout pas confondre périmètre et aire d'une figure !



1. Les figures 1 et 2 ont la même aire : 4 unités d'aire. Mais ces figures ont des périmètres différents : 10 unités de longueur pour la figure 1 et 8 unités le longueur pour la figure 2.
2. Les figures 3 et 4 ont le même périmètre : 10 unités de longueur. Mais ces figures ont des aires différentes : 4 unités d'aire pour la figure 3 et 5 unités d'aire pour la figure 4.

II) Conversions

On prend un carré de côté $1\,cm$. Son aire est de $1\,cm^2$. On partage chaque côté en 10 parts égales. Pour un côté, une part vaudra donc $1\,mm$. Si on partage ainsi, on pourra alors trouver 100 carrés de $1\,mm$ de côté.



Par conséquent : $1\,cm^2 = 100\,mm^2$.

Règle.

1. Pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement inférieure, on multiplie par 100.
2. Pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement supérieure, on divise par 100.

Exemple.

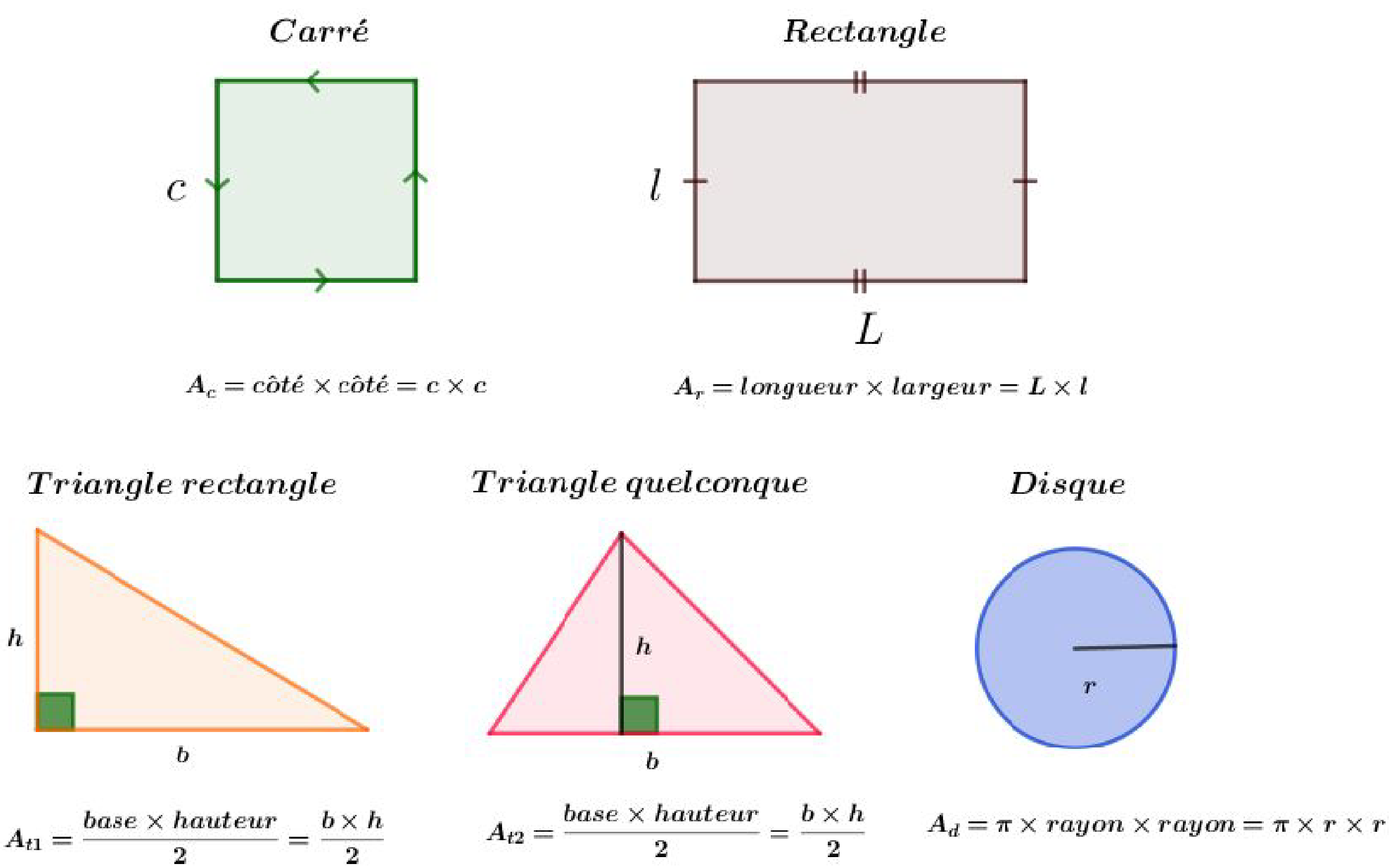
1. $14\,m^2 = 1\,400\,dm^2$
2. $8\,hm^2 = 0,08\,km^2$

Tableau de conversion.

Unités	kilomètre carré	hectomètre carré	décamètre carré	mètre carré	décimètre carré	centimètre carré	millimètre carré
Abréviation	km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
Unités agraires		hectare (ha)	are (a)	centiare (ca)			
Valeur en m²	1 000 000 m²	10 000 m²	100 m²	1 m²	0,01 m²	0,000 1 m²	0,000 001 m²

Méthode. Convertir des unités d'aires.
Vidéo : conversions

III) Calculs d'aires des figures usuelles



Méthode. Calculer des aires.

1. Polygones : Vidéo : aire d'un polygone
2. Disque :Vidéo : aire du disque

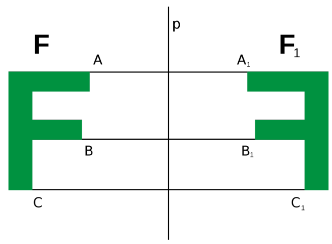
Chapitre 13

Symétrie axiale

I) Généralités

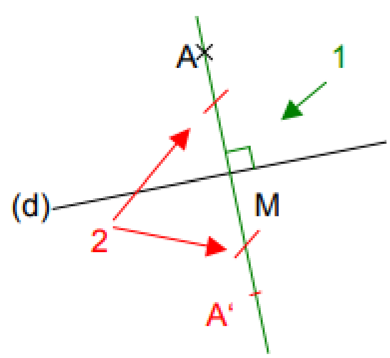
1. Principe

Définition. Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** si ces deux figures **se superposent par pliage le long de cette droite**. Cette droite est appelée **axe de symétrie.**



2. Symétrique d'un point par rapport à une droite

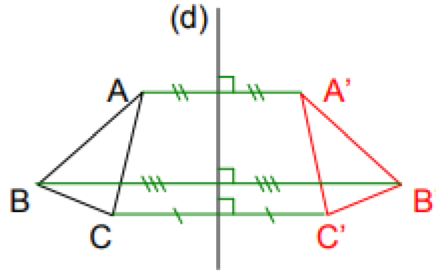
Méthode. Symétrique d'un point.
Vidéo : symétrique d'un point



1. Tracer la perpendiculaire à (d) passant par A. Elle coupe (d) en M.
2. Reporter sur cette perpendiculaire la longueur AM de l'autre côté de la droite (d).

3. Symétrique d'une figure par rapport à une droite

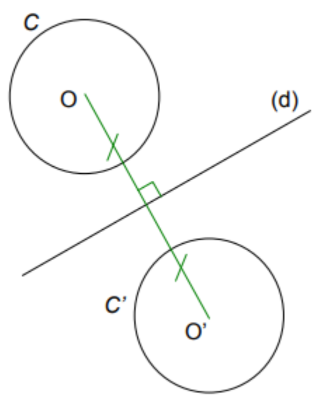
Méthode. Symétrique d'une figure.
Vidéo : symétrique d'une figure



1. Construire les symétriques de A ; B ; C : A' ; B' ; C'.
2. Relier A' ; B' ; C'.

4. Symétrique d'un cercle par rapport à une droite

Méthode. Symétrique d'un cercle.
Vidéo : symétrique d'un cercle

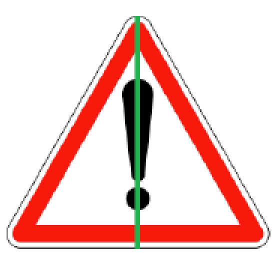


1. Construire le symétrique du centre du cercle.
2. Tracer le cercle de centre O' de rayon égal au rayon du cercle de départ.

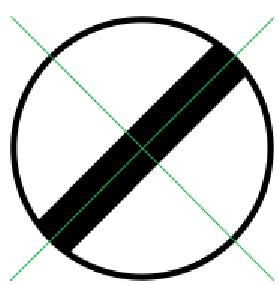
II) Axe de symétrie

Définition. Une droite (d) est un axe de symétrie d'une figure si les deux parties de la figure se superposent par un pliage le long de la droite (d).

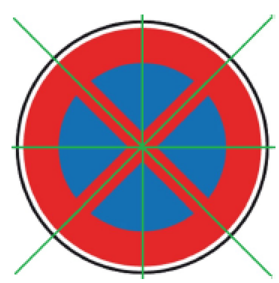
Aucun axe de symétrie



Un axe de symétrie



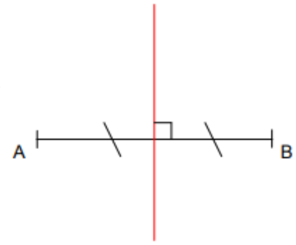
Deux axes de symétrie



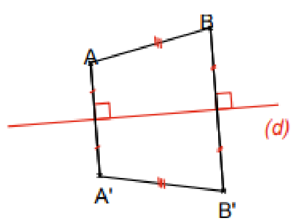
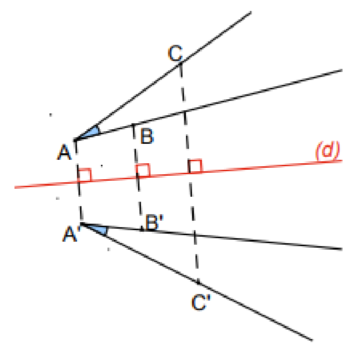
Quatre axes de symétrie

Propriété. L'axe de symétrie d'un segment est la médiatrice de ce segment.

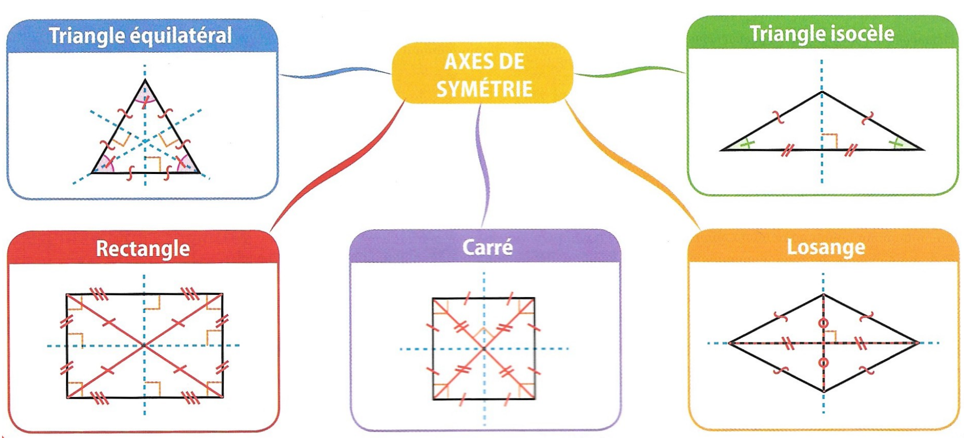
Exemple.



III) Propriétés de la symétrie axiale

	Conservation des longueurs	**Conservations des mesures d'angles**
Hypothèses (Je sais que)	Le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (d)	Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$ sont symétriques par rapport à la droite (d).
Propriété (Or)	Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.	Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.
Conclusion (Donc)	$AB = A'B'$	$\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$
Illustration		

III) Figures usuelles et axes de symétrie

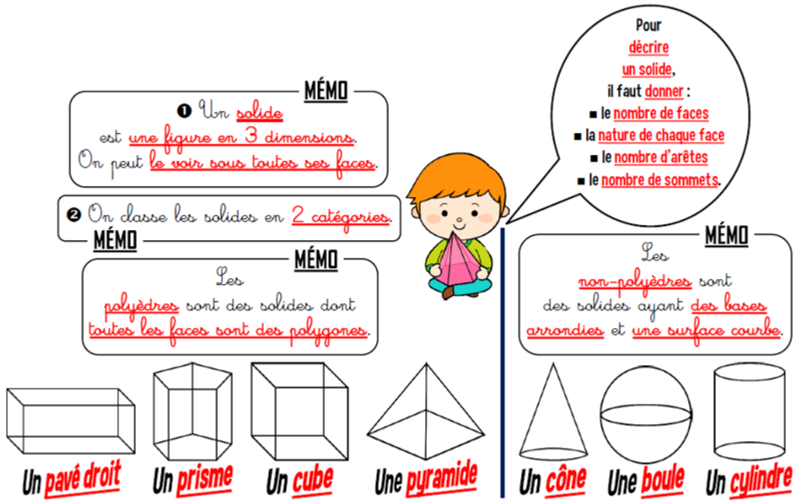


Chapitre 14

Géométrie dans l'espace et volumes

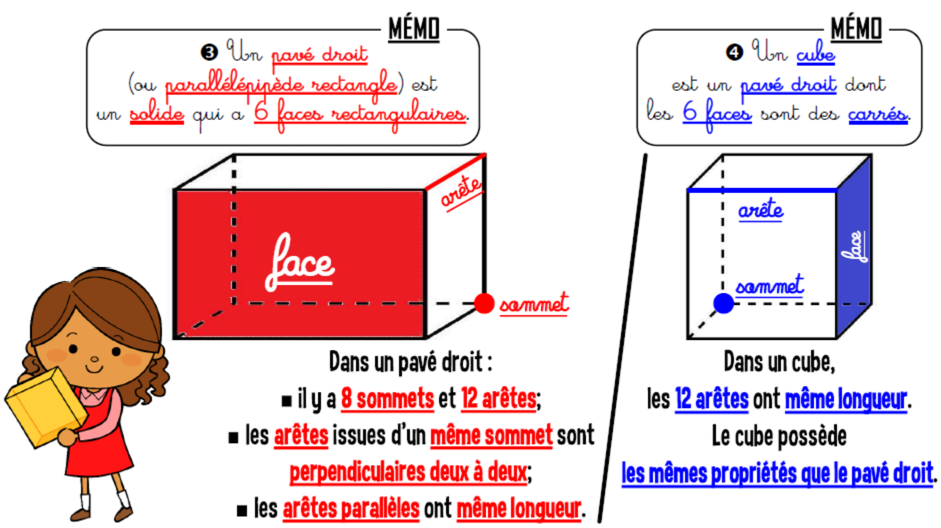
I) Solides de l'espace

1. Reconnaissance de solides



2. Pavé droit et cube

a) Généralités

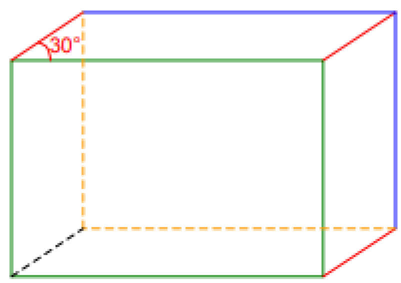


b) Perspective cavalière

Règles de la perspective cavalière.

1. Les arêtes parallèles sur le solide restent parallèles sur le dessin.
2. Les arêtes parallèles et de même longueur restent de même longueur.
3. Les milieux restent au milieu.
4. Les points alignés restent alignés.
5. Les arêtes cachées se représentent en pointillés.
6. La « face avant » peut être représentée en vraie grandeur.
7. Les arêtes fuyantes sont représentées environ deux fois plus petite que dans la réalité en suivant un angle d'environ 30° par rapport à l'horizontale.

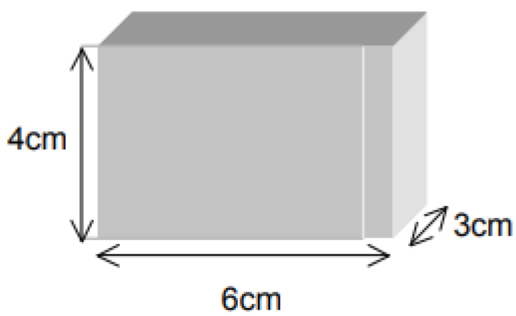
Méthode. Représenter un pavé droit en perspective cavalière.
Vidéo : perspective cavalière

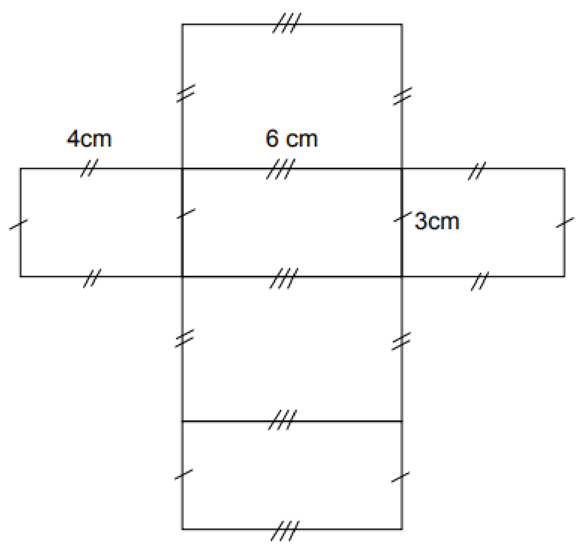


1. Tracer un rectangle en vraie grandeur.
2. Tracer trois segments parallèles et de même longueur (arêtes fuyantes).
3. Relier la 2e extrémité de ces segments.
4. Finir le rectangle caché semblable au « rectangle avant ».
5. Tracer la dernière arête cachée.

c) Patron

Méthode. Représenter le patron d'un pavé droit
Vidéo : patron pavé



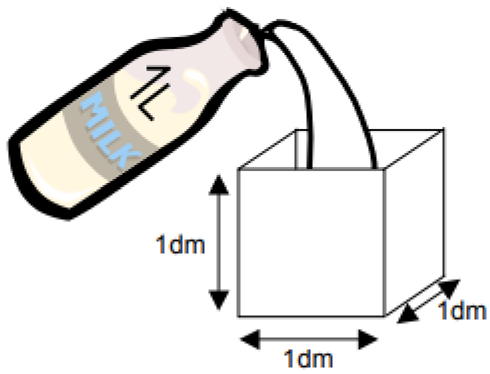


II) Volumes

1. Généralités

Définition. Le volume est la mesure de l'intérieur d'un solide.

L'unité de contenance est le litre, notée L. $1L$ est la contenance d'un cube de $1\,dm$ d'arête.



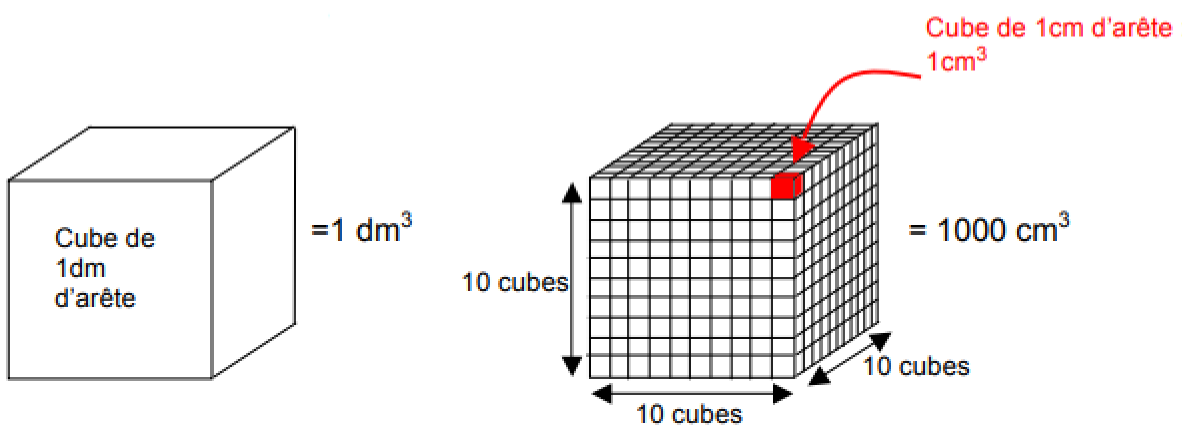
Ainsi, un solide ayant une contenance de $1L$ aura pour volume $1\,dm^3$.

Formule.

$$1L = 1\,dm^3$$

2. Conversions

Dans un cube de $1\,dm$ d'arête, on peut ranger $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes de $1\,cm$ d'arête.



Par conséquent : $1\,dm^3 = 1\,000\,cm^3$.

Règle.

1. Pour passer d'une unité de volume à l'unité immédiatement inférieure, on multiplie par 1 000.
2. Pour passer d'une unité de volume à l'unité immédiatement supérieure, on divise par 1 000.

Exemple.

1. $14\,m^3 = 14\,000\,dm^3$
2. $8\,hm^3 = 0,008\,km^3$

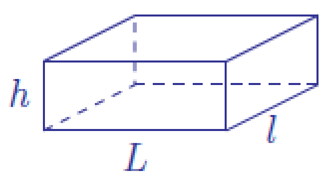
Tableau de conversion.

km^3			hm^3			dam^3			1 m^3= 1000l			1 dm^3 = 1l			1 cm^3 = 1 ml			mm^3		
											kl	hl	dal	l	dl	cl	ml			

Méthode. Convertir des unités de volume.
Vidéo : conversions

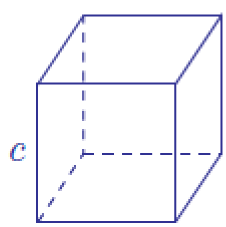
3. Calculs de volumes

a) Pavé droit



$$\mathscr{V} = L \times l \times h$$

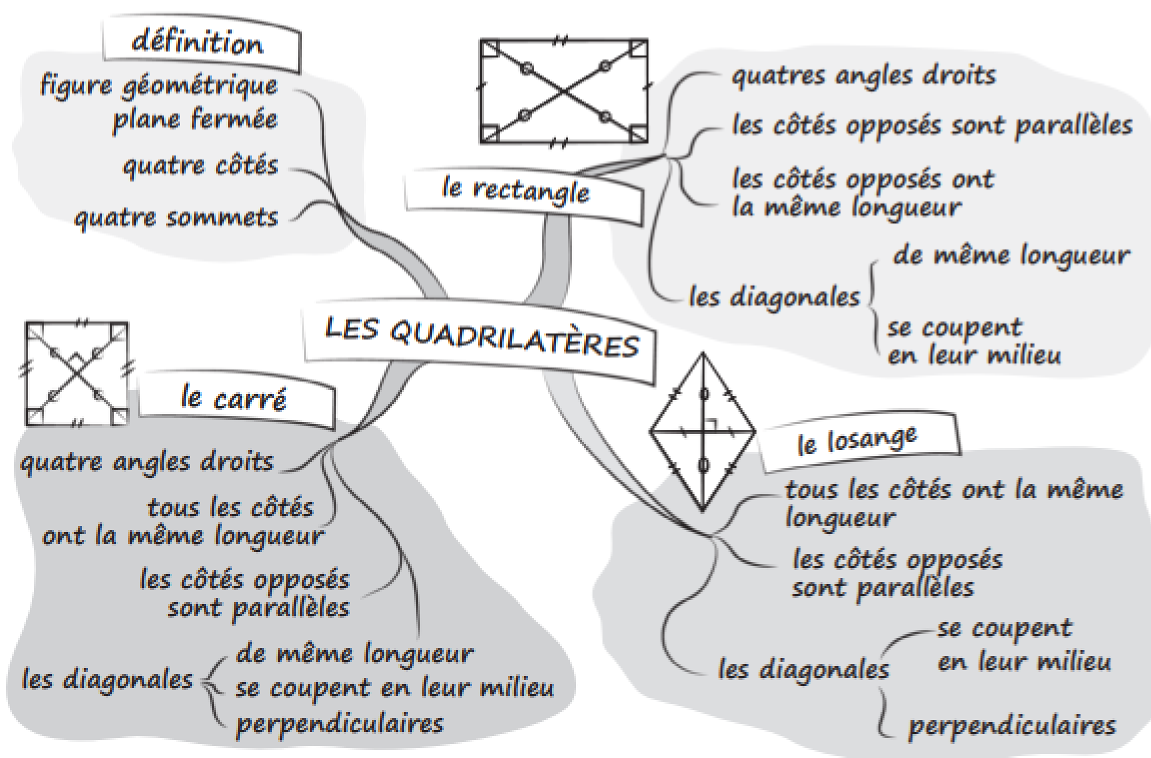
b) Cube



$$\mathscr{V} = c \times c \times c$$

Chapitre 15

Quadrilatères



Deuxième partie

Calcul mental

I) Tables de multiplication

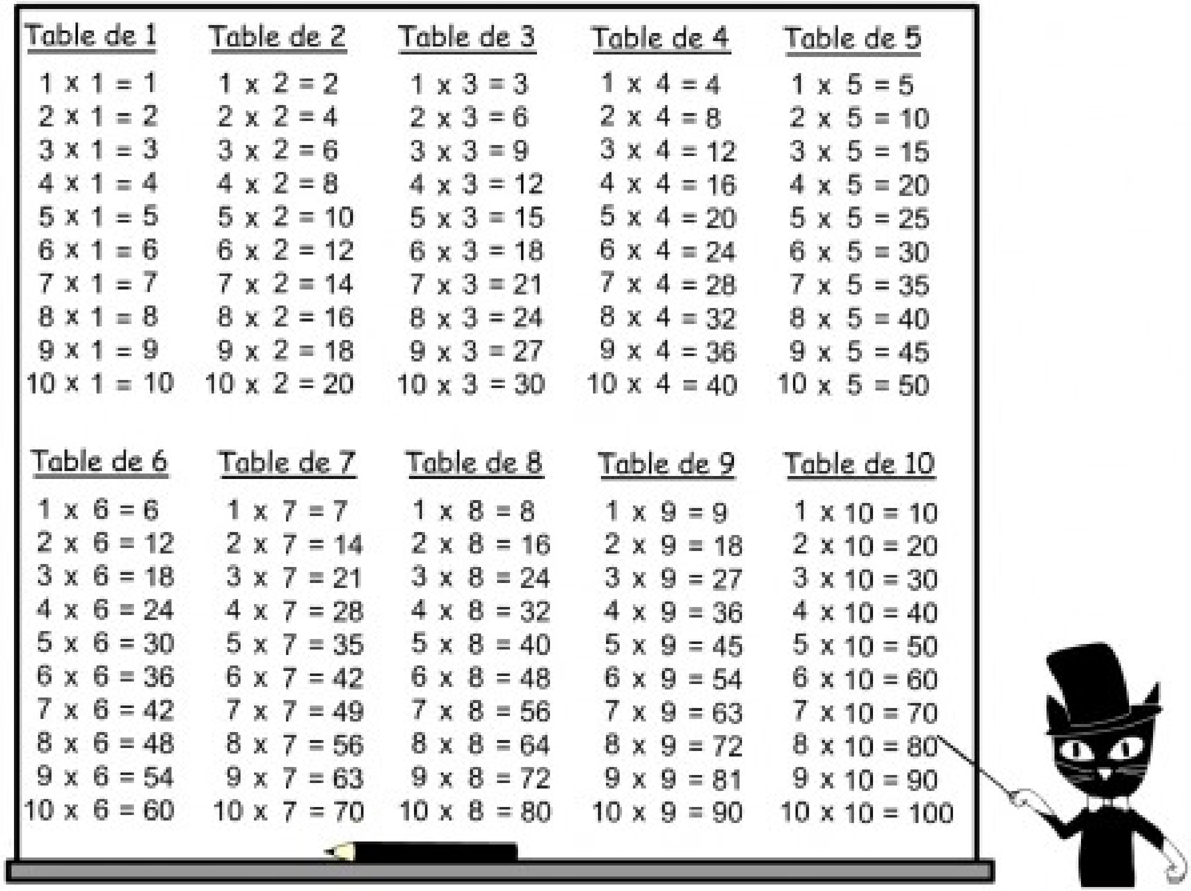


Table de 1	Table de 2	Table de 3	Table de 4	Table de 5
1 x 1 = 1	1 x 2 = 2	1 x 3 = 3	1 x 4 = 4	1 x 5 = 5
2 x 1 = 2	2 x 2 = 4	2 x 3 = 6	2 x 4 = 8	2 x 5 = 10
3 x 1 = 3	3 x 2 = 6	3 x 3 = 9	3 x 4 = 12	3 x 5 = 15
4 x 1 = 4	4 x 2 = 8	4 x 3 = 12	4 x 4 = 16	4 x 5 = 20
5 x 1 = 5	5 x 2 = 10	5 x 3 = 15	5 x 4 = 20	5 x 5 = 25
6 x 1 = 6	6 x 2 = 12	6 x 3 = 18	6 x 4 = 24	6 x 5 = 30
7 x 1 = 7	7 x 2 = 14	7 x 3 = 21	7 x 4 = 28	7 x 5 = 35
8 x 1 = 8	8 x 2 = 16	8 x 3 = 24	8 x 4 = 32	8 x 5 = 40
9 x 1 = 9	9 x 2 = 18	9 x 3 = 27	9 x 4 = 36	9 x 5 = 45
10 x 1 = 10	10 x 2 = 20	10 x 3 = 30	10 x 4 = 40	10 x 5 = 50

Table de 6	Table de 7	Table de 8	Table de 9	Table de 10
1 x 6 = 6	1 x 7 = 7	1 x 8 = 8	1 x 9 = 9	1 x 10 = 10
2 x 6 = 12	2 x 7 = 14	2 x 8 = 16	2 x 9 = 18	2 x 10 = 20
3 x 6 = 18	3 x 7 = 21	3 x 8 = 24	3 x 9 = 27	3 x 10 = 30
4 x 6 = 24	4 x 7 = 28	4 x 8 = 32	4 x 9 = 36	4 x 10 = 40
5 x 6 = 30	5 x 7 = 35	5 x 8 = 40	5 x 9 = 45	5 x 10 = 50
6 x 6 = 36	6 x 7 = 42	6 x 8 = 48	6 x 9 = 54	6 x 10 = 60
7 x 6 = 42	7 x 7 = 49	7 x 8 = 56	7 x 9 = 63	7 x 10 = 70
8 x 6 = 48	8 x 7 = 56	8 x 8 = 64	8 x 9 = 72	8 x 10 = 80
9 x 6 = 54	9 x 7 = 63	9 x 8 = 72	9 x 9 = 81	9 x 10 = 90
10 x 6 = 60	10 x 7 = 70	10 x 8 = 80	10 x 9 = 90	10 x 10 = 100

II) Multiplier et diviser par 10 ; 100 ; 1 000...

Vidéo : multiplier par 10 ; 100 ; 1 000
Vidéo : diviser par 10 ; 100 ; 1 000

— Multiplier par 10 ; 100 ; 1 000..., c'est obtenir un nombre plus grand : je décale la virgule de 1 rang vers la droite si je multiplie par 10, de 2 rangs vers la droite si je multiplie par 100 etc.

Exemple. $12,4 \times 100 = 1\,240$ (2 zéros donc on décale la virgule de 2 rangs vers la droite).

— Diviser par 10 ; 100 ; 1 000..., c'est obtenir un nombre plus petit : je décale la virgule de 1 rang vers la gauche si je divise par 10, de 2 rangs vers la gauche si je divise par 100 etc.

Exemple. $12,4 : 100 = 0,124$ (2 zéros donc on décale la virgule de 2 rangs vers la gauche).

III) Addition de fractions décimales de même dénominateur

— On ajoute les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple.

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{3+4}{10} = \frac{7}{10}$$

IV) Multiplier par 0,1 ; 0,01 ; 0,001...

Vidéo : multiplier par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

— Multiplier par 0,1 ; 0,01 ; 0,001, c'est multiplier par $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{1\,000}$. Autrement dit, cela revient à diviser par 10 ; 100 ; 1 000. **On applique donc la règle de division par 10 ; 100 ; 1 000 vue au II).**

Exemple.

1. $12,4 \times 0,1 = 12,4 \times \dfrac{1}{10} = 12,4 : 10 = 1,24$
2. $158 \times 0,001 = 158 \times \dfrac{1}{1\,000} = 158 : 1000 = 0,158$

V) Multiplier par 0,5

Vidéo : multiplier par 0,5

— Multiplier par $0,5$ revient à multiplier ce nombre par 2. En effet, $0,5 = \dfrac{1}{2}$: c'est 1 divisé par 2.

Exemple. $32 \times 0,5 = 32 : 2 = 16$

VI) Ordre de grandeur

Vidéo : ordre de grandeur

— On remplace les termes ou les facteurs à calculer par des nombres proches et « plus simples ».Le résultat obtenu est une valeur proche du résultat. On l'appelle un **ordre de grandeur**.

Exemple.
$42,5 + 29,36 \approx 40 + 30 = 70 \quad 69,32 \times 103,5 \approx 69 \times 100 = 6\,900$

VII) Calcul astucieux

1. Additionner ou soustraire par 299, 199, 1 001, 0,99

Exemple.

$$2\,658 + 299 = 2\,658 + 300 - 1 = 2\,958 - 1 = 2\,957$$

$$33,7 - 0,99 = 33,7 - 1 + 0,01 = 32,7 + 0,01 = 32,71$$

2. Décomposer des nombres (distributivité simple)

Exemple.

$$13\times7+13\times3 = 13\times(7+3) = 13 \times 10 = 130$$

$$32 \times 9 = 32 \times (10 - 1) = 32 \times 10 - 32 \times 1 = 320 - 32 = 288$$

3. Regroupements astucieux

Exemple. $4 \times 3,5679\times25 = 4 \times 25 \times 3,5679 = 100 \times 3,5679 = 356,79$