Cours de Quatrième

Thomas MUSARD

Année scolaire 2019-2020

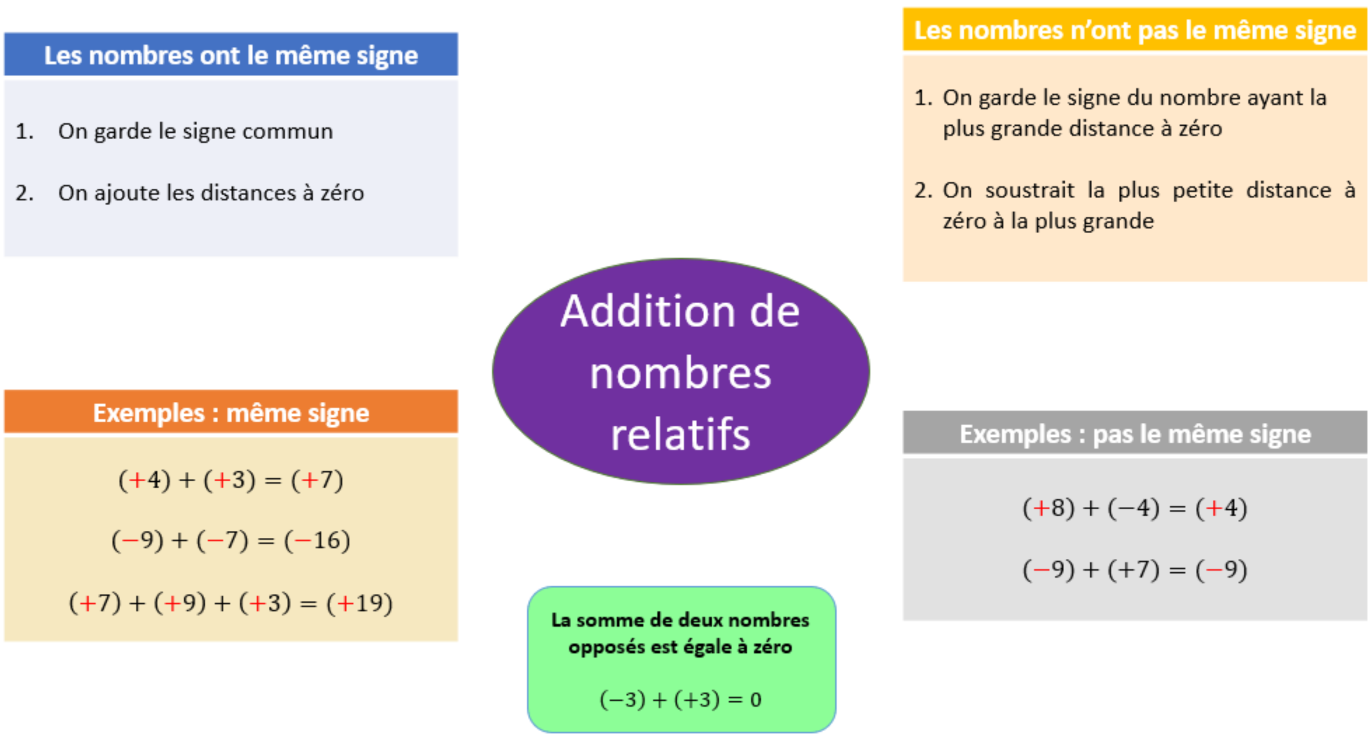
Table des matières

Chapitre 1

Opérations sur les nombres relatifs

I) Rappels

1. Addition de nombres relatifs



2. Soustraction de nombres relatifs

Méthode. Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Exemple.

$$\begin{array}{lll} A=(-11)-(+7) & B=(-3)-(-5) & C=4-7 \\ A=(-11)+(-7) & B=(-3)+(+5) & C=4+(-7) \\ A=(-18) & B=(+2) & C=(-3) \end{array}$$

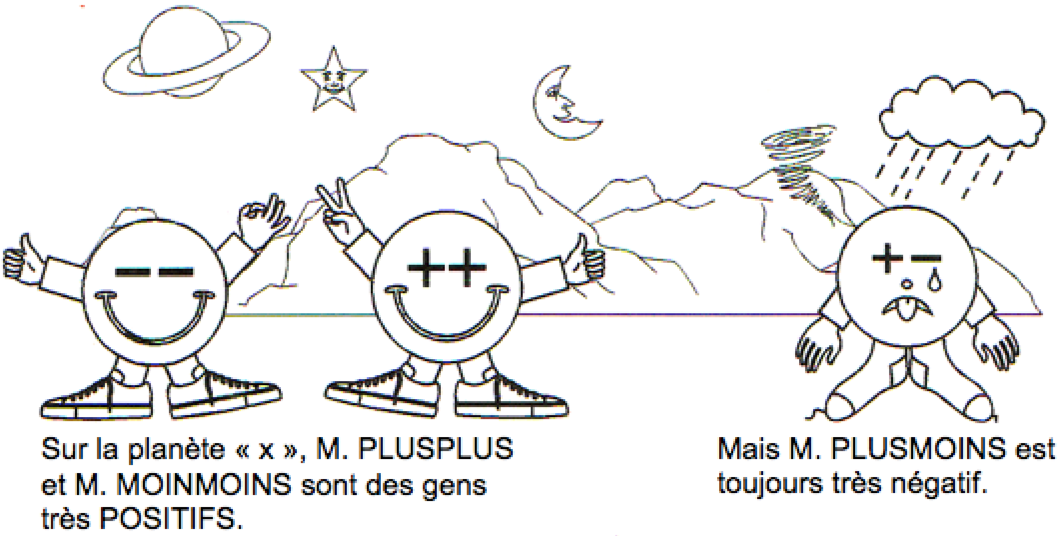
II) Produit et quotient de nombres relatifs

1. Produit de deux nombres relatifs

Exemple.

- $4\times 2=8$ (+ par + devient +)
- $4\times(-2)=-8$ (+ par - devient -)
- $(-4)\times 2=-8$ (- par + devient -)
- $(-4)\times(-2)=8$ (- par - devient +)

Plus généralement, on obtient la règle des signes :



2. Cas général de la règle des signes

Exemple.

1. $3 \times (-2) \times 4 \times 2 = -48$ (1 facteur négatif donne un résultat négatif)
2. $(-3) \times (-2) \times 4 \times 2 = 48$ (2 facteurs négatifs donne un résultat positif)
3. $(-3) \times (-2) \times (-4) \times 2 = -48$ (3 facteurs négatifs donne un résultat négatif)
4. $(-3) \times (-2) \times (-4) \times (-2) = 48$ (3 facteurs négatifs donne un résultat positif)

Règle des signes. Lorsqu'on multiplie des nombres relatifs :
- S'il y a un nombre pair de facteurs négatifs, alors le résultat est positif.
- S'il y a un nombre impair de facteurs négatifs, alors le produit est négatif.

3. Quotient de deux nombres relatifs

Règle des signes. Lorsqu'on divise deux nombres relatifs :
- S'il sont de même signe, alors le résultat est positif.
- S'il sont de signes contraires, alors le produit est négatif.

Exemple. Calculer.

$$A = \frac{-4}{-5} \qquad B = \frac{2}{-3} \qquad C = \frac{-2 \times 5}{-9}$$
$$A = \frac{4}{5} \qquad B = -\frac{2}{3} \qquad C = \frac{-10}{-9}$$
$$C = \frac{10}{9}$$

Chapitre 2

Racine carrée et théorème de Pythagore

I) Racine carrée d'un nombre positif

1. Généralités

Définition.

1. Le carré d'un nombre a est égal au produit du nombre a par lui-même. On note $a^2 = a \times a$.
2. La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est égal à a. Ce nombre est noté $\sqrt{a}$.

Exemple.

1. Le carré de 5 est 5^2 et est égal à $5 \times 5 = 25$.
2. Le carré de $\frac{2}{3}$ est $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ et est égal à $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.
3. La racine carrée de 36 est $\sqrt{36} = 6$.

Remarque.

1. La racine carrée d'un nombre positif n'est pas forcément une valeur exacte ! Par exemple, la racine carrée de 2 se note $\sqrt{2}$ et vaut environ $1,4142$.
2. La racine carrée de -5 est le nombre dont le carré est -5. Un nombre au carré est toujours positif (règle des signes), donc la racine carrée d'un nombre négatif est impossible. Ainsi, $\sqrt{-5}$ n'existe pas !

2. Carrés parfaits

Définition. Un carré parfait est le carré d'un nombre entier positif.

Tableau à apprendre par coeur.

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

3. Encadrer une racine carrée

Méthode. Encadrer $\sqrt{7}$ par deux nombres entiers.

1. Apprendre le tableau des carrés parfaits.
2. On encadre 7 par deux carrés parfaits :

$$4 < 7 < 9$$

3. On passe à la racine carrée.

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

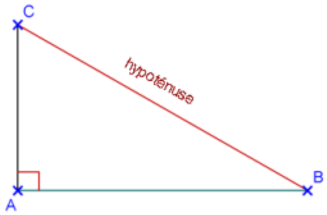
II) Le théorème de Pythagore

1. Généralités

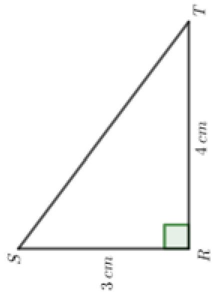
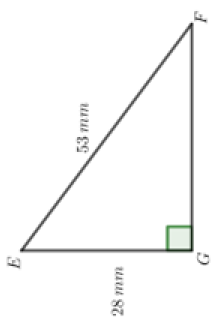
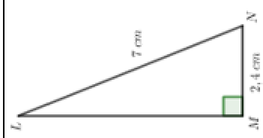
Définition. L'hypoténuse d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit. Il s'agit aussi du côté le plus long.

Théorème. Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueur des deux autres côtés.

Exemple. Égalité de Pythagore dans ce triangle : $BC^2 = AB^2 + AC^2$



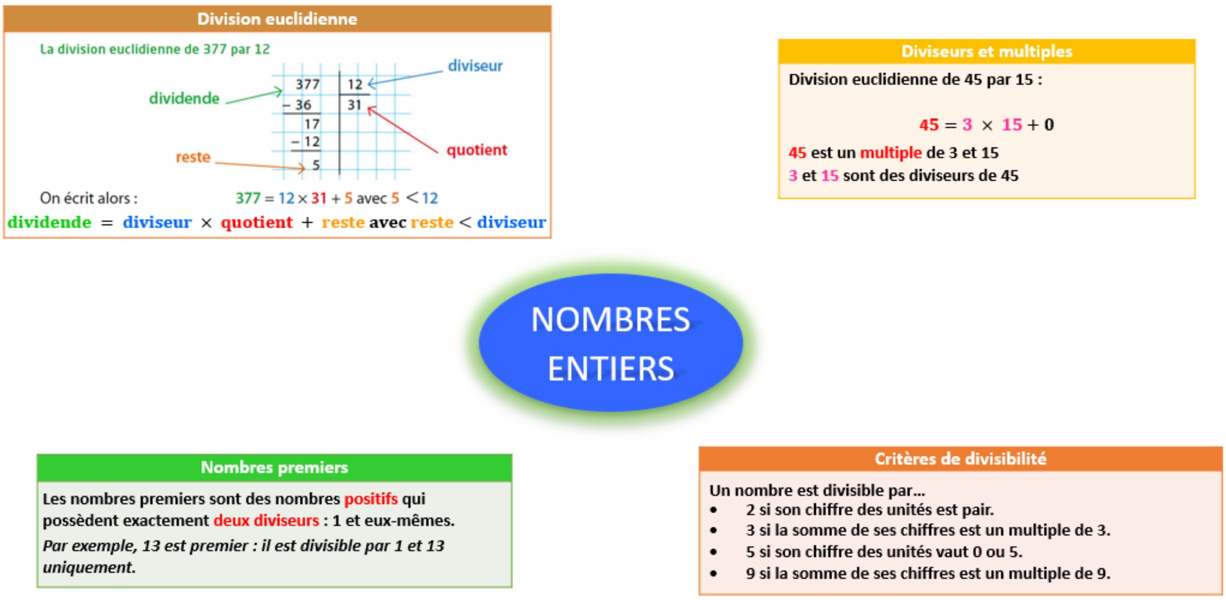
2. Application du théorème

	Application 1 On cherche l'hypoténuse	**Application 2** On cherche un côté adjacent à l'angle droit	**Application 3** On cherche un côté adjacent à l'angle droit
Énoncé	Soit RST un triangle rectangle en R tel que : • $RS = 3\ cm$ • $RT = 4\ cm$ Calculer ST.	Soit EFG un triangle rectangle en G tel que : • $EF = 53\ mm$ • $EG = 28\ mm$ Calculer FG.	Soit LMN un triangle rectangle en M tel que • $LN = 7\ cm$ • $MN = 2{,}4\ cm$ Calculer LM.
1ère étape Schéma de la situation			
2ème étape Application du théorème	**Je sais que** RST est un triangle rectangle en R. **Or**, d'après le théorème de Pythagore, **Donc** $ST^2 = RT^2 + RS^2$	**Je sais que** EFG est un triangle rectangle en G. **Or**, d'après le théorème de Pythagore, **Donc** $EF^2 = EG^2 + GF^2$	**Je sais que** LMN est un triangle rectangle en M. **Or**, d'après le théorème de Pythagore, **Donc** $LN^2 = LM^2 + MN^2$
3ème étape On remplace les longueurs connues dans l'égalité, puis on calcule :	Calculons ST. $ST^2 = RT^2 + RS^2$ $ST^2 = 4^2 + 3^2$ $ST^2 = 16 + 9$ $ST^2 = 25$ $ST = \sqrt{25}$ $ST = 5$	Calculons FG. $EF^2 = EG^2 + GF^2$ $53^2 = 28^2 + GF^2$ $2\,809 = 784 + GF^2$ $2\,809 - 784 = GF^2$ $GF^2 = 2\,025$ $GF = \sqrt{2\,025}$ $GF = 45$	Calculons LM. $LN^2 = LM^2 + MN^2$ $7^2 = LM^2 + 2{,}4^2$ $49 = LM^2 + 5{,}76$ $LM^2 = 49 - 5{,}76$ $LM^2 = 43{,}24$ $LM = \sqrt{43{,}24}$ $LM \approx 6{,}6$
4ème étape Conclusion	Ainsi, $ST = 5\ cm$.	Ainsi, $GF = 45\ mm$.	Ainsi, $LM \approx 6{,}6\ cm$.

Chapitre 3

Arithmétique et fractions

I) Rappels



Liste des nombres premiers inférieurs à 100.

	2	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

II) Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété. Tout nombre entier non premier peut s'écrire comme un produit de facteurs premiers.

Exemple. $15 = 3 \times 5$; $30 = 2 \times 3 \times 5$

Méthode. Décomposer 350 en produit de facteurs premiers.

1. On écrit 350 sous la forme d'un produit simple.

$$350 = 10 \times 35$$

2. On fait de même avec chacun des facteurs dans la mesure sur possible, jusqu'à obtenir des produits de facteurs premiers.

$$350 = 10 \times 35 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 2 \times 5^2 \times 7$$

Avec la calculatrice :

- Sur une CASIO : $\boxed{350}$ $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{\text{Seconde}}$ $\boxed{\text{Décomp}}$
- Sur une TI : $\boxed{350}$ $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{décomp}}$

III) Fractions égales

1. Avec des divisions successives

Méthode. Simplifier la fraction $\dfrac{1470}{1680}$.
On utilisera les critères de divisibilité ou les tables de multiplication.

$$\frac{1\,470}{1\,680} = \frac{147 \times 10}{168 \times 10} = \frac{147}{168} = \frac{49 \times 3}{56 \times 3} = \frac{49}{56} = \frac{7 \times 7}{8 \times 7} = \frac{7}{8}$$

2. Avec la décomposition en produit de facteurs premiers

Méthode. Simplifier la fraction $\dfrac{24}{36}$.

1. On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

2. On remplace et on simplifie.

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

3. Mise au même dénominateur

Méthode. Mettre les fractions $\dfrac{5}{8}$ et $\dfrac{5}{12}$ sous le même dénominateur.

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \; ; \; \frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$$

IV) Comparaison de fractions

Méthode. Comparer $\dfrac{7}{10}$ et $\dfrac{11}{15}$.

1. On met les fractions sous le même dénominateur.

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \times 3}{10 \times 3} = \frac{21}{30} \; ; \; \frac{11}{15} = \frac{11 \times 2}{15 \times 2} = \frac{22}{30}$$

2. On compare les numérateurs : $21 < 22$.
3. On conclut :

$$\frac{21}{30} < \frac{22}{30} \text{ donc } \frac{7}{10} < \frac{11}{15}$$

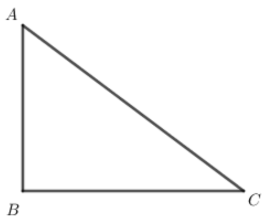
Chapitre 4

Réciproque du théorème de Pythagore

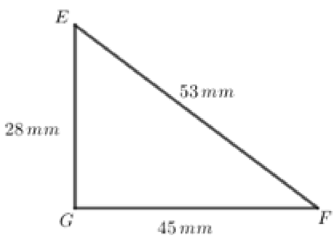
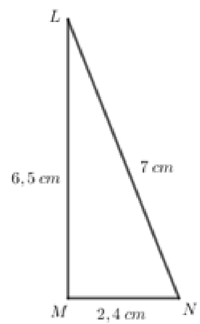
I) Généralités

Théorème (Réciproque du théorème de Pythagore)**.** Dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueur des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Exemple. Si $AC^2 = AB^2 + BC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en B.



II) Méthodes

	Application 1 Montrer qu'un triangle est rectangle : RÉCIPROQUE	**Application 2** Montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : CONTRAPOSÉE
Énoncé	Soit EFG un triangle tel que : • $EF = 53\ mm$ • $EG = 28\ mm$ • $FG = 45\ mm$ Le triangle EFG est-il rectangle ?	Soit LMN un triangle en tel que • $LN = 7\ cm$ • $MN = 2{,}4\ cm$ • $LM = 6{,}5\ cm$ Le triangle LMN est-il rectangle ?
1ère étape Schéma de la situation		
2ème étape On repère le côté le plus long	Dans le triangle EFG, $[EF]$ est le plus grand côté.	Dans le triangle LMN, $[LN]$ est le plus grand côté.
3ème étape On calcule séparément	Calculons séparément. • $EF^2 = 53^2 = 2\ 809$ • $EG^2 + FG^2 = 28^2 + 45^2 = 784 + 2\ 025 = 2\ 809$	Calculons séparément. • $LN^2 = 7^2 = 49$ • $LM^2 + MN^2 = 6{,}5^2 + 2{,}4^2 = 42{,}25 + 5{,}76 = 48{,}01$
3ème étape On conclut avec un théorème	**Je sais que** $EF^2 = EG^2 + GF^2$. **Or**, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **Donc** le triangle EFG est rectangle en G.	**Je sais que** $LN^2 \neq LM^2 + MN^2$. **Or**, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, **Donc** le triangle LMN n'est pas rectangle.

Chapitre 5

Calcul littéral

I) Somme et produit

- Une expression est une somme si la dernière opération effectuée est une addition ou une soustraction.
- Une expression est un produit si la dernière opération effectuée est une multiplication.

Exemple.
- $3 \times 7 - 10 \times 5$ et $3x + 14y$ sont des sommes.
- $9 \times (6 + 8)$ et $2(4 + 5x)$ sont des produits.

II) Développer, factoriser et réduire une expression

1. Réduire

a) Sans parenthèses

Principe. Réduire une expression, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Méthode. Réduire $A = 2x + 5x^2 - x + 8 - 6x - 13 - 2x^2 - x^3$.

1. On regroupe tous les termes « de même famille. » les nombres, les termes en x, les termes en x^2...

$$A = 2x+5x^2-x+8-6x-13-2x^2 - x^3$$
$$A = -x^3+5x^2 - 2x^2+2x - x - 6x+8 - 13$$

2. On ajoute les valeurs numérique de chaque vamille.

$$A = -x^3 + 3x^2 - 5x - 5$$

b) Suppression de parenthèses

1. Si le signe devant les parenthèses est un « + » on retire les parenthèses sans changer les signes des termes entre parenthèses.
2. Si le signe devant les parenthèses est un « - » on retire les parenthèses en inversant les signes (opposés) des termes entre parenthèses.

Exemple.
- $2x + (4 - 3x) = 2x + 4 - 3x = -x + 4$
- $2x - (4 - 3x) = 2x - 4 + 3x = 5x - 4$

2. Développer

Introduction. $24\times101 = 24\times(100+1) = 24\times100+24\times1 = 2\,400 + 24 = 2\,424$.

Définition. Développer une expression, c'est transformer un produit en somme ou différence.

Propriété (distributivité simple). On considère trois nombres relatifs a ; b et k.

$$k\times(a+b) = k\times a+k\times b$$

$$k\times(a-b) = k\times a-k\times b$$

Vidéo 1distributivité
Vidéo 2 distributivité

Exemple.
- $2(x+3) = 2\times x + 2\times 3 = 2x+6$
- $-3(-4+x) = -3\times(-4) + (-3)\times x = 12-3x$
- $8(8-2x) = 8\times 8 - 8\times 2x = 64-16x$

3. Factoriser

Définition. Factoriser une expression, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

Propriété (factorisation). On considère trois nombres relatifs a ; b et k.

$$k\times a + k\times b = k\times(a+b)$$

$$k\times a - k\times b = k\times(a-b)$$

Vidéo 1 factoriser
Vidéo 2 factoriser

Exemple.
- $5\times x + 5\times 4 = 5\times(x+4)$
- $4x+12 = 4\times x + 4\times 3 = 4\times(x+3)$
- $x^2-2x = x\times x - 2\times x = x\times(x-2)$

III) Programmes de calcul

Méthode. Ces programmes de calcul sont-ils équivalents ?

Programme A	**Programme B**
• Choisir un nombre • Tripler ce nombre • Ajouter 15 au résultat	• Choisir un nombre • Ajouter 5 au résultat • Multiplier le résultat par 3

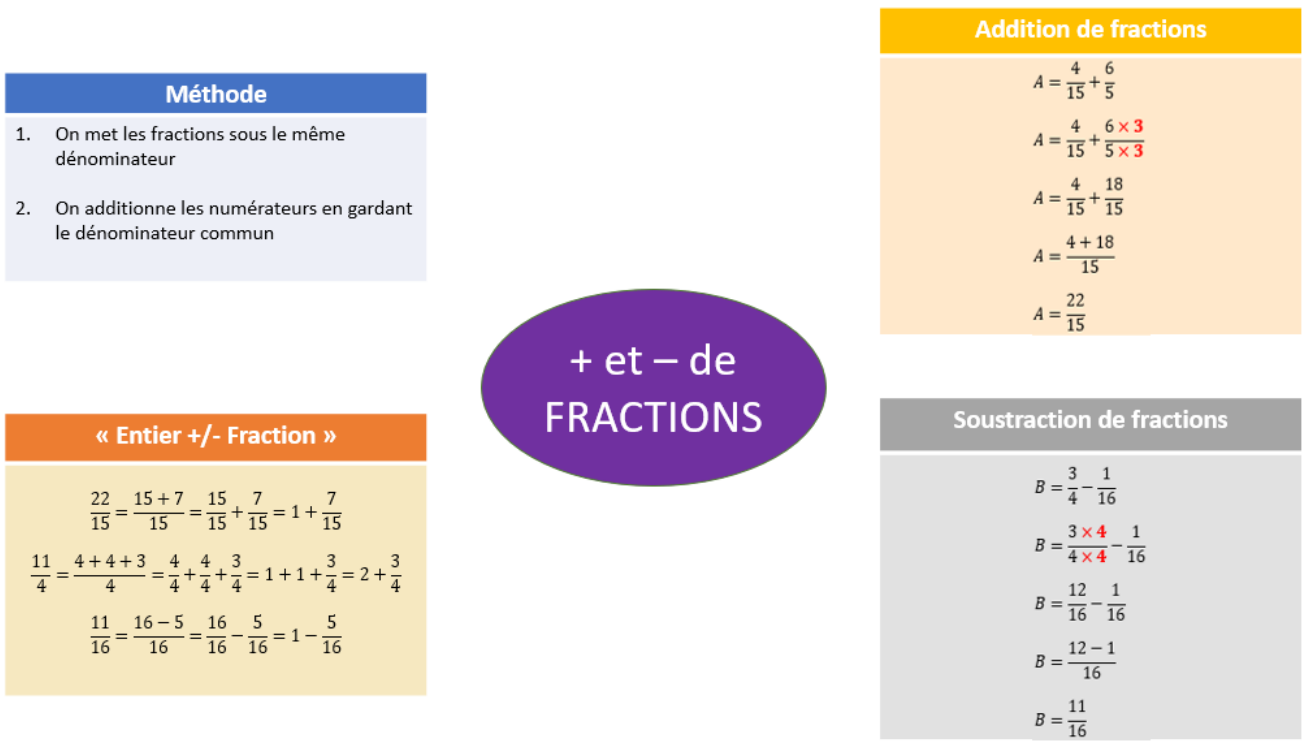
1. On note x le nombre de départ de chaque programme.
2. On applique le programme A à x :
   - x
   - $x\times 3 = 3x$
   - $3x+15$
3. On applique le programme B à x :
   - x
   - $x+5$
   - $3\times(x+5) = 3\times x + 3\times 5 = 3x+15$
4. On compare et on conclut : on obtient les mêmes résultats. Ainsi, ces deux programmes sont équivalents.

Chapitre 6

Opérations sur les fractions

I) Additions et soustractions

1. Même denominateur



2. Dénominateurs différents

Méthode. Calculer $A = \frac{5}{8} + \frac{5}{12}$.

1. On met les fractions sous le même dénominateur.

$$A = \frac{5}{8} + \frac{5}{12}$$
$$A = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} + \frac{5 \times 2}{12 \times 2}$$
$$A = \frac{15}{24} + \frac{10}{24}$$

2. On additionne les numérateurs en gardant le dénominateur commun.

$$A = \frac{15 + 10}{24}$$
$$A = \frac{25}{24}$$

II) Produit de fractions

Règle. Lorsqu'on multiplie deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple.

$$B = \frac{2}{5} \times \frac{3}{11}$$
$$B = \frac{2 \times 3}{5 \times 11}$$
$$B = \frac{6}{55}$$

III) Quotient de fractions

1. Inverse d'un nombre

L'inverse de...	3	2	7	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{15}$	x
est...	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	2	$\frac{15}{8}$	$\frac{1}{x}$
Produit des deux premiers lignes	$3 \times \frac{1}{3} = 1$	$2 \times \frac{1}{2} = 1$	$7 \times \frac{1}{7} = 1$	$\frac{1}{2} \times 2 = 1$	$\frac{8}{15} \times \frac{15}{8} = 1$	$x \times \frac{1}{x} = 1$

Remarque. Il n'existe pas de nombre a tel que $0 \times a = 1$. Ainsi, 0 n'a pas d'inverse.

Définition. L'inverse d'un nombre x différent de 0 est $\frac{1}{x}$.

Propriété. Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

2. Quotient de deux nombres

$2 : 5 = 0,4$	$4 : 8 = 0,5$	$3 : 2 = 1,5$
$2 \times \frac{1}{5} = 0,4$	$4 \times \frac{1}{8} = 4$	$3 \times \frac{1}{2} = 1,5$

Propriété. Multiplier par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Démonstration. Montrons que $a : x = a \times \frac{1}{x}$, avec a, x deux nombres et x différent de 0.

$$a \times \frac{1}{x} = \frac{a \times 1}{x} = \frac{a}{x} = a : x$$

□

3. Application aux fractions

Propriété.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple.

$$C = \frac{3}{4} : \frac{5}{8}$$
$$C = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5}$$
$$C = \frac{24}{20}$$
$$C = \frac{6}{5}$$

IV) Problèmes avec des fractions

Méthode. Fraction d'un nombre.
Vidéo : fraction d'une quantité

1. En décembre pour les fêtes, M. Marchand dit avoir vendu les quatre cinquièmes de sa marchandise. En janvier, pendant les soldes, il a encore vendu les trois quarts de ce qu'il restait. Quelle fraction de sa marchandise a-t-il vendu en tout ?

   Il a vendu quatre cinquièmes de sa marchandise. Calculons la proportion de marchandise non vendue.

   $$\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

   Ensuite, il vend les trois quarts du cinquième restant. Calculons la proportion de marchandise vendue en janvier

   $$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

   $\frac{3}{20}$ de sa marchandise représentent ce qu'il a vendu en janvier. En tout :

   $$\frac{4}{5} + \frac{3}{20} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} + \frac{3}{20} = \frac{16}{20} + \frac{3}{20} = \frac{19}{20}$$

   Au total, $\frac{19}{20}$ de sa marchandise aura été vendue.

2. La valeur totale de sa marchandise est de 262 000€. Quelle somme représente sa vente globale ?

   Calculons les 19 vingtièmes de 262 000.

   $$\frac{19}{20} \times 262\,000 = 248\,900$$

   Il a vendu globalement pour 248 900 €.

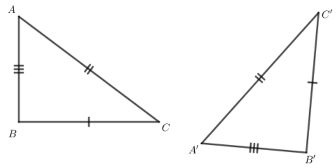
Chapitre 7

Triangles égaux, Agrandissement, Réduction

I) Triangles égaux

Définition. Deux triangles sont égaux s'ils ont leurs côtés deux à deux de même longueur.

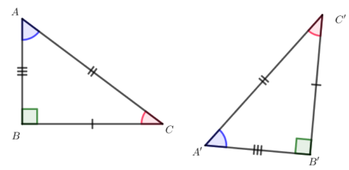
Exemple.



Remarque. Deux triangles égaux sont superposables.

Propriété. Deux triangles égaux ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Exemple.



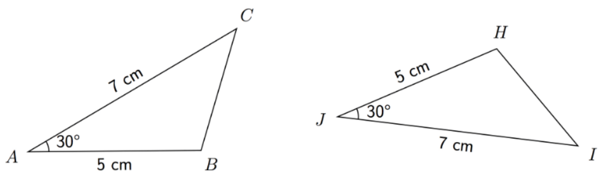
Vocabulaire. Si deux triangles sont égaux, alors les angles, les sommets et les côtés superposables sont dits homologues.

Exemple. Dans l'exemple précédent :

1. A et A' sont deux sommets homologues.
2. $[BC]$ et $[B'C']$ sont deux côtés homologues.
3. $\widehat{BAC}$et $\widehat{B'A'C'}$sont deux angles homologues.

Propriété. Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.

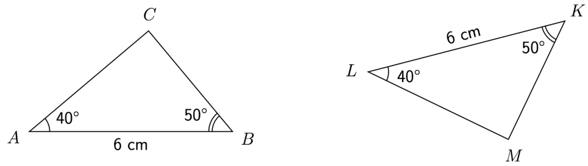
Exemple.



- **Je sais que** $AB = JH$, $AC = JI$ et $\widehat{BAC} = \widehat{HJI}$.
- **Or**, si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement égaux, alors ils sont égaux.
- **Donc** les triangles ABC et HIJ sont égaux.

Propriété. Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, alors ils sont égaux.

Exemple.



- **Je sais que** $AB = LK$, $\widehat{BAC} = \widehat{KLM}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{LKM}$.
- **Or**, si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, alors ils sont égaux.
- **Donc** les triangles ABC et LKM sont égaux.

II) Agrandissement, Réduction

Définition. L'agrandissement ou la réduction d'une figure est la figure obtenue en multipliant toutes les longueurs par un même nombre k.

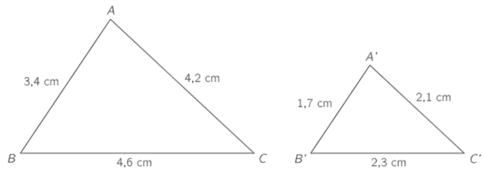
Formule. Le coefficient d'agrandissement ou de réduction k s'obtient avec :

$$k = \text{"}\frac{\text{longueur figure obtenue}}{\text{longueur figure de départ}}\text{"}$$

Propriétés.
- Si $k > 1$, il s'agit d'un agrandissement.
- Si $k < 1$, il s'agit d'une réduction.

Remarque.
1. Il y a proportionnalité entre les longueurs des deux figures (de coefficient de proportionnalité k).
2. Dans le cas de triangles, si $k = 1$, alors on obtient deux triangles égaux.

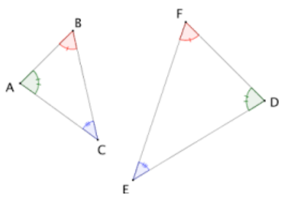
Exemple.



- Le triangle $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC de coefficient $k = \frac{B'C'}{BC} = \frac{2,3}{4,6} = 0,5$.
- Le triangle ABC est un agrandissement du triangle $A'B'C'$ de coefficient $k = \frac{BC}{B'C'} = \frac{4,6}{2,3} = 2$.

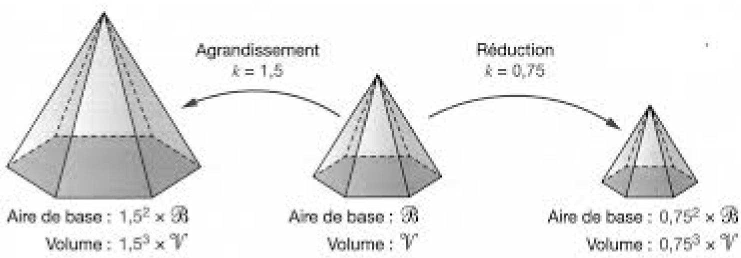
Propriété. L'agrandissement ou la réduction conserve la mesure des angles.

Exemple.



Propriétés. Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k,
- Les longueurs sont multipliées par k
- Les aires sont multipliées par k^2
- Les volumes sont multipliés par k^3

Exemple.



Chapitre 8

Équations

I) Tester une égalité

Méthode. L'égalité $2x + 1 = 5 + x$ est-elle vraie pour $x = 1$?

1. On remplace la lettre par la valeur proposée et on calcule séparément
   - Membre de gauche : $2x + 1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
   - Membre de droite : $5 + x = 5 + 1 = 6$
2. On compare et on conclut : puisque les deux membres n'ont pas la même valeur, alors l'égalité est fausse pour $x = 1$.

II) Résolution d'équations

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de x pour laquelle une égalité est vraie. Ces valeurs sont appelées solutions.

A la fin de chaque résolution, on doit trouver une égalité de la forme :

$$"x = \textbf{nombre}"$$

Règle 1. Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une égalité, alors l'égalité ne change pas.

Exemple.

$$\begin{aligned} x - 2 &= 6 \\ x - 2 + 2 &= 6 + 2 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Règle 2. Si on multiplie (ou divise) un même nombre non nul aux deux membres d'une égalité, alors l'égalité ne change pas.

Exemple.

$$\begin{aligned} 4x &= 20 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{20}{4} \\ x &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{x}{7} &= 2 \\ \frac{x}{7} \times 7 &= 2 \times 7 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

Méthode. Résoudre l'équation $4x - 12 = -2x + 24$.

1. On rassemble les termes en x d'un côté et les nombres « sans x » de l'autre et on réduit.

$$\begin{aligned} 4x - 12 &= -2x + 24 \\ 4x - 12 + 2x &= -2x + 24 + 2x \\ 6x - 12 &= 24 \\ 6x - 12 + 12 &= 24 + 12 \\ 6x &= 36 \end{aligned}$$

2. On divise chaque membre par le nombre accroché à x (ici, 6).

$$\begin{aligned} 6x &= 36 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{36}{6} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

3. On vérifie : $4 \times 6 - 12 = 12$ et $-2 \times 6 + 24 = 12$.

III) Résolution de problèmes

Méthode. Résoudre un problème avec une équation.
Pierre pense à un nombre. Il ajoute 34 à ce nombre et il obtient le triple du nombre qu'il avait choisi. Quel était ce nombre ?

1. On définit notre inconnue, c'est-à-dire ce qu'on cherche : soit x le nombre de départ de Pierre.
2. On met le problème en équation : lorsque Pierre ajoute 34 au nombre, il obtient $x + 34$ qui correspond au triple du nombre de départ, c'est-à-dire $3x$. Le problème se traduit alors par l'équation : $3x = x + 34$.
3. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} 3x &= x + 34 \\ 3x - x &= x + 34 - x \\ 2x &= 34 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{34}{2} \\ x &= 17 \end{aligned}$$

4. On conclut : Pierre pense au nombre 17.

Remarque. On peut vérifier notre résultat : $3 \times 17 = 51$ et $17 + 34 = 51$.

Chapitre 9

Proportionnalité

I) Reconnaître une situation de proportionnalité

1. Par le calcul (rappels)

Méthode 1. Voici un tableau regroupant l'évolution de la taille de Mila au cours de son âge. La taille de Mila est-elle proportionnelle à son âge ?

Âge de Léna (en année)	11	12	13	14
Taille de Léna (en cm)	143	156	160	162

$$\frac{143}{11} = 13\,;\ \frac{156}{12} = 13\,;\ \frac{160}{13} \approx 12,3$$

Puisque les rapports ne sont pas égaux, alors la taille de Léna n'est pas proportionnelle à son âge.

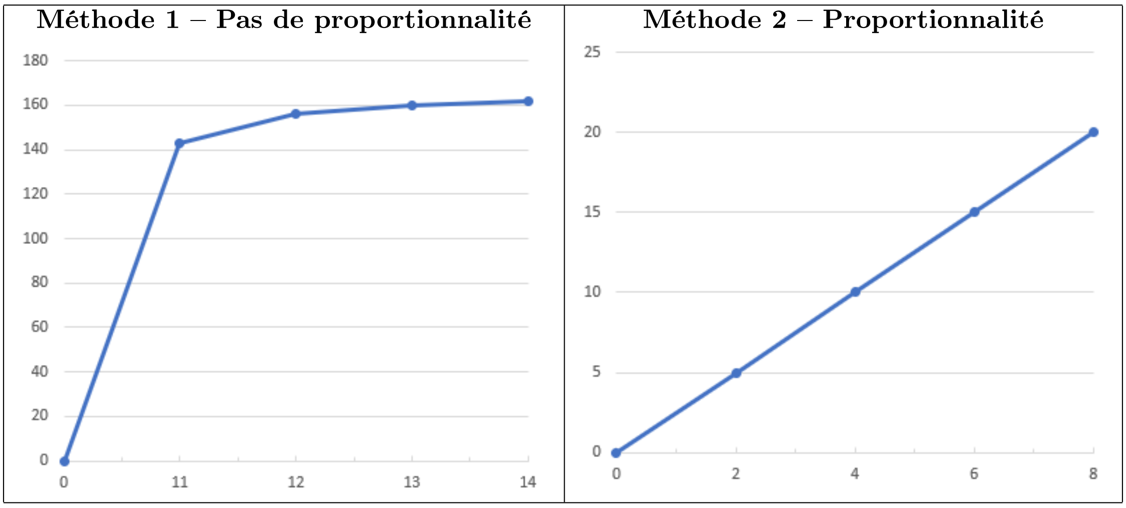
Méthode 2. Des ouvriers ont prélevé des morceaux de câble électrique et ils les ont pesés. La longueur du câble est-elle proportionnelle à sa masse ?

Longueur (en m)	2	4	6	8
Masse (en kg)	5	10	15	20

$$\frac{5}{2} = 2,5\,;\ \frac{10}{4} = 2,5\,;\ \frac{15}{6} = 2,5\,;\ \frac{20}{8} = 2,5$$

Puisque les rapports sont égaux, alors la longueur du câble est proportionnelle à sa masse.

2. Par le graphique



Propriété. Si une situation est une situation de proportionnalité, alors les points de sa représentation sont alignés avec l'origine du repère.

Propriété (réciproque). Si une situation est une situation de proportionnalité, alors les points de sa représentation sont alignés avec l'origine du repère.

II) Produit en croix, Quatrième proportionnelle

1. Produit en croix

Propriété des produits en croix.

a	b
c	d

Dans un tableau de proportionnalité, on a l'égalité : $a \times d = b \times c$

Méthode. Avec $30\,kg$ d'oranges, on obtient $18\,L$ de cocktail. Quel volume de cocktail peut-on faire avec $48\,kg$ d'oranges ?

1. On regroupe les données dans un tableau.
   Soit x le volume de cocktail réalisé avec 48 kg d'oranges.

Masse d'oranges (en kg)	30	48
Volume de cocktail (en L)	18	x

2. On écrit l'égalité des produits en croix.

$$30 \times x = 48 \times 18$$

3. On résout l'équation obtenue.

$$\frac{30x}{30} = \frac{48 \times 18}{30}$$
$$x = \frac{864}{30}$$
$$x = 28,8$$

4. On conclut. On peut faire $28,8\,L$ de cocktail avec $48\,L$ d'oranges.

Remarque. On utilisait le produit en croix avec le théorème de Thalès.

2. Quatrième proportionnelle

Méthode de calcul en utilisant une quatrième proportionnelle. Dans un gâteau, la quantité de farine est proportionnelle à la quantité de beurre. Pour $250\,g$ de farine, on met $150\,g$ de beurre. Quelle quantité de beurre a-t-on besoin pour $400\,g$ de farine ?

1. On regroupe les données dans un tableau.
   Soit x la masse de beurre nécessaire pour $400g$ de farine.

Masse de farine (en g)	250	400
Masse de beurre (en g)	150	x

2. On écrit l'égalité de la quatrième proportionnelle.

$$x = \frac{400 \times 150}{250}$$

3. On calcule.

$$x = 140$$

4. On conclut. On a besoin de $140\,g$ de beurre pour $400\,g$ de farine.

III) Pourcentages

Règle. Calculer a % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\dfrac{a}{100}$

Méthode. Appliquer un pourcentage.
Sur un montant total de 72 €, j'ai eu une remise de 25 %. Quel est le montant de la remise ?

1. Calculons 25 % de 72. On applique la règle.

$$72 \times \frac{25}{100} = 72 \times \frac{1}{4} = \frac{72}{4} = 18$$

2. On conclut avec une phrase : le montant de la remise est de 18 €.

Méthode. Rechercher un pourcentage.
Une automobile qui coûtait 8 000€ est vendue 6 800€. A quel pourcentage du prix initial correspond le nouveau prix ?

1. Tableau de proportionnalité. Le prix total représente 100 % du prix (logique). Notons x le pourcentage que représente la remise.

Prix (en €)	8 000	6 800
Pourcentage	100	x

2. On utilise la quatrième proportionnelle.

$$x = \frac{100 \times 6\,800}{8\,000}$$

3. On calcule.

$$x = 6\,800 \times 0,0125 = 85$$

4. On conclut avec une phrase : le nouveau prix correspond à 85 % du prix initial.

IV) Notion de ratio

Définition.

1. Deux nombres a et b sont dans le ratio 3 :4 (notation standardisée) si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.
2. Trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2 :3 :7 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.

Remarque. Un ratio est en fait un partage qui est inégal.

Méthode. Alix et Jeanne ont 24 bonbons qu'elles doivent partager selon un ratio 2 :4. Combien auront-elles de bonbons chacune ?

Explication. Dans ce contexte, le ratio 2 :4 signifie que si Alix prend 2 bonbons, alors Jeanne en prendra forcément 4. Autrement dit, la proportion de bonbons pour Alix est de $\frac{2}{6}$ alors que la proportion de bonbons pour Jeanne est de $\frac{4}{6}$. Au total, il y a 24 bonbons. Combien chaque fille aura-t-elle de bonbons ?

- Alix.

$$\frac{2}{6} = \frac{2 \times 4}{6 \times 4} = \frac{8}{24}$$

  Alix aura 8 bonbons.
- Jeanne :
  - Solution 1. $24 - 8 = 16$
  - Solution 2.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{16}{24}$$

  Jeanne aura 16 bonbons.

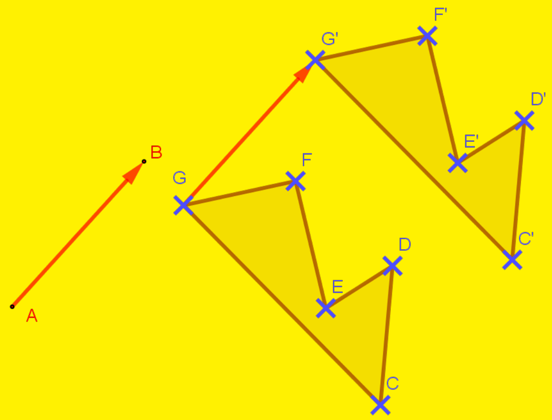
Chapitre 10

Translation

I) Généralités

Définition. On considère deux points A et B. On appelle translation qui transforme A en B, le glissement :

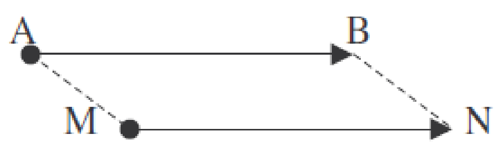
- Selon la direction de la droite (AB)
- Dans le sens de A vers B
- D'une longueur égale à la distance AB.



$C'D'E'F'G'$ est l'image de $CDEFG$ par cette translation.

Remarque. On schématise la translation avec une flèche de A vers B. Cette flèche s'appelle un **vecteur** et se note $\overrightarrow{AB}$.

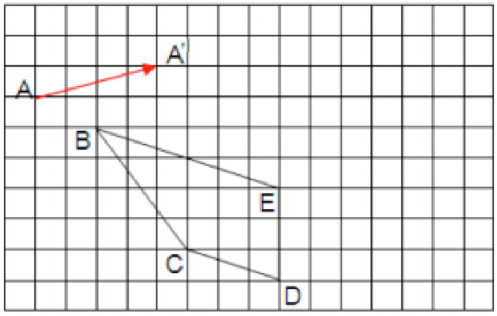
Propriété. On considère deux points A et B et un point M. L'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le point N tel que $ABNM$ soit un parallélogramme (éventuellement aplati si A, B et M sont alignés).

Cas 1 : $M \notin (AB)$	Cas 2 : $M \in (AB)$
	
Parallélogramme	Parallélogramme applati
$AB = MN$	$AB = MN$; $[AB)$ et $[MN)$ sont dans le même sens

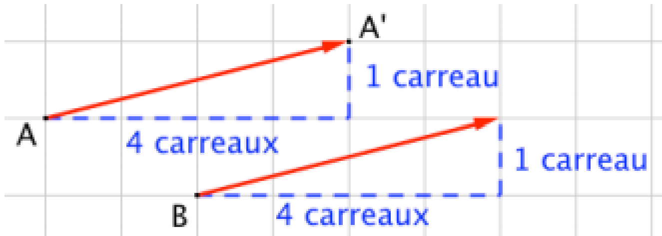
II) Constructions

1. Avec quadrillage

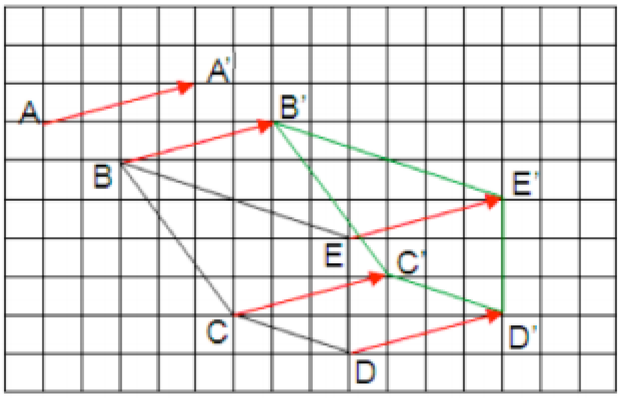
Méthode. Construire l'image du quadrilatère $BCDE$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.



1. On s'aide du quadrillage pour comprendre le « mouvement » représenté par le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

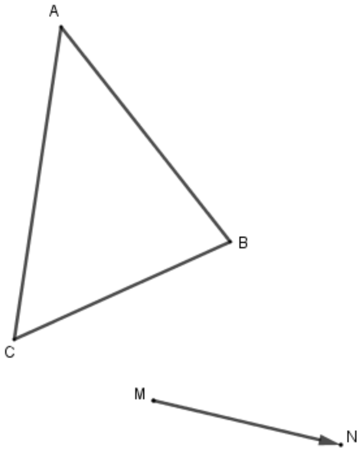


2. En partant de chaque sommet du quadrilatère, on reproduit ce même mouvement et on relie tous les points obtenus.

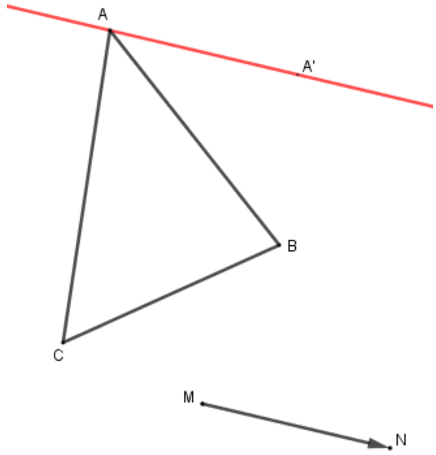


2. Sans quadrillage

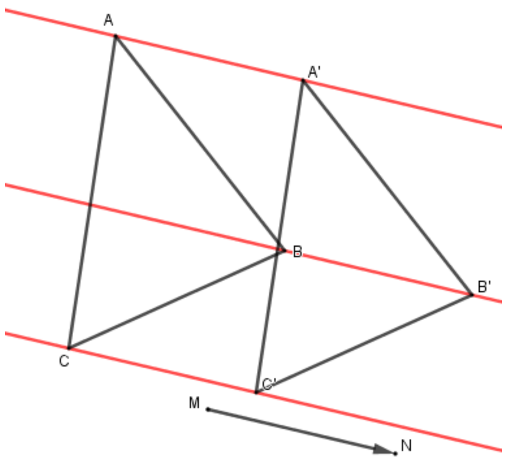
Méthode. Construire l'image du triangle ABC par translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.
Vidéo : image d'un point
Vidéo : image d'une figure



1. On construit l'image du point A par translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.
   (a) On trace une droite parallèle au vecteur $\overrightarrow{MN}$ passant par le point A.
   (b) On reporte la distance MN en partant de A en suivant la direction du vecteur. On note le nouveau point A'.



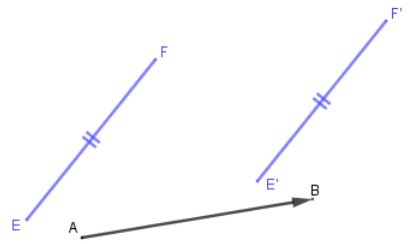
2. On fait de même avec les deux autres points.
3. On relie les trois points obtenus.



III) Propriétés de la translation

Propriété 1. L'image d'un segment par translation est un segment de même mesure.

Exemple. $EF = E'F'$.

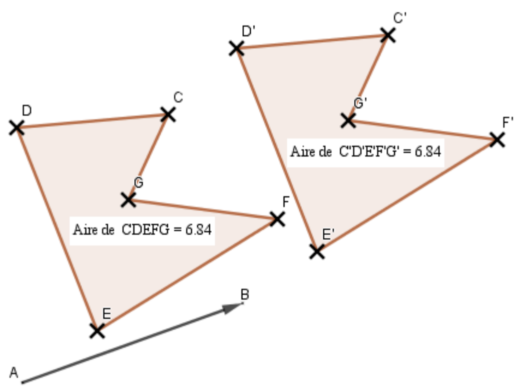


Propriété 2. L'image de deux droites parallèles par translation est deux droites parallèles.

Exemple. Les droites rouges sont parallèles. Ce sont les images des deux droites noires parallèles par translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

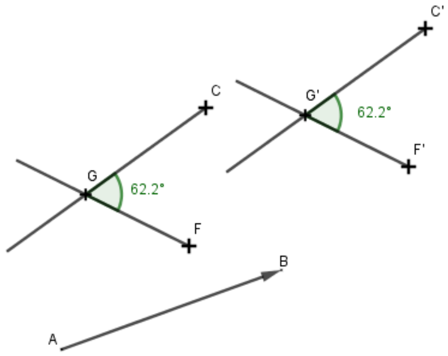
Propriété 3. L'image d'une figure par translation est une figure superposable (par conséquent, elles ont la même aire).

Exemple. $C'D'E'F'G'$ est l'image de $CDEFG$ par translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Propriété 4. L'image d'un angle par translation est un angle de même mesure.

Exemple. $\widehat{C'G'F'}$ est l'image de $\widehat{CGF}$ par translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Chapitre 11

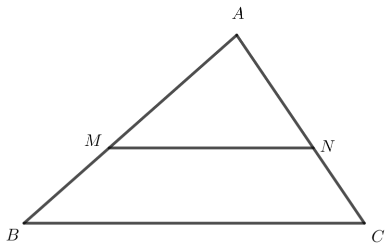
Théorème de Thalès et sa réciproque

I) Théorème de Thalès

Théorème. Soit ABC un triangle. Si $M \in [AB]$, $N \in [BC]$ et $(MN)//(BC)$, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \text{,,}\frac{petit}{grand}\text{,,}$$

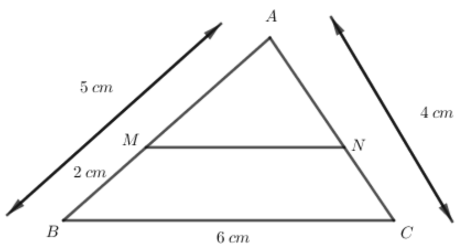
Exemple. ABC et AMN sont deux triangles en situation de Thalès : ils ont un sommet commun A et ils ont deux côtés parallèles : (BC) et (MN).



Remarque. Le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN. Ils ont donc des côtés deux à deux proportionnels et le coefficient de proportionnalité se calcule avec l'un des rapports ci-dessus.

Méthode. Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès.
On considère un triangle ABC tel que $AB = 5\,cm$; $AC = 6\,cm$ et $BC = 4\,cm$. On place $M \in [AB]$ tel que $AM = 2\,cm$ et $N \in [BC]$ tel que $(MN)//(BC)$. Calculer AN.

1. On fait un schéma.

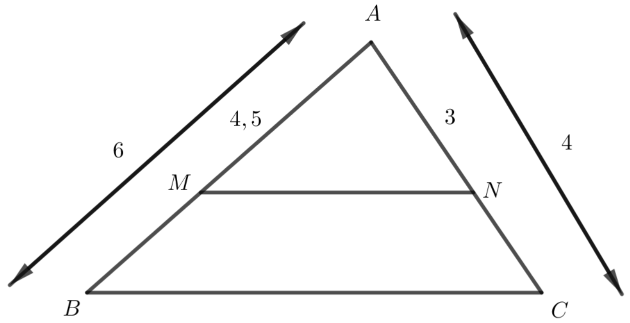


2. On applique le théorème de Thalès.
   Je sais que $M \in [AB]$; $N \in [BC]$ et $(MN)//(BC)$.
   Or, d'après le théorème de Thalès,
   Donc :
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
3. On remplace et on calcule.
$$\frac{2}{5} = \frac{AN}{6} \left(= \frac{MN}{BC} \right)$$
$$AN = \frac{2 \times 6}{5}$$
$$AN = 2,4$$
4. On conclut : ainsi, $AN = 2,4\,cm$.

II) Réciproque du théorème de Thalès

Théorème (Réciproque du théorème de Thalès)**.** Soit ABC un triangle. Si les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C et que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Méthode. Démontrer que deux droites sont parallèles.
Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



1. On calcule les rapport séparément.
   - D'une part : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{4,5}{6} = 0,75$
   - D'autre part : $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{3}{4} = 0,75$
2. On compare et on conclut.

   Je sais que les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C et que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$
   Or, d'après la réciproque du théorème de Thalès,
   Donc les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Chapitre 12

Grandeurs composées

I) Grandeur produit, grandeur quotient

Définition. On appelle **grandeur produit** une grandeur formée par le produit de plusieurs unités.

Exemple.

1. L'aire d'un rectangle $\mathcal{A}$ (en $cm^2 = cm \times cm$) s'exprime en fonction de sa longueur L (en cm) et de sa largeur l (en cm) avec la formule : $\mathcal{A} = L \times l$.
2. L'énergie consommée E (en watt-heure : Wh) s'exprime en fonction de la puissance P (en watt : W) et du temps t (en heure : h) avec la formule $E = P \times t$.

Définition. On appelle **grandeur quotient** une grandeur formée par le produit de plusieurs unités.

Exemple.

1. La vitesse moyenne v (en km/h) s'exprime en fonction de la distance d (en km) et du temps t (en h) : $v = \dfrac{d}{t}$.
2. Le débit d (en L/mn) s'exprime en fonction du volume V (en L) et du temps t (en mn) : $d = \dfrac{V}{t}$.

II) Vitesse moyenne, Distance, Temps

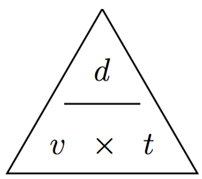
1. Généralités

Définition. Le mouvement d'un objet est dit **uniforme** si la durée du parcours est proportionnelle à la distance parcourue. Dans ce cas, le coefficient de proportionnalité est appelé vitesse moyenne du mobile (cf. 3ème formule).

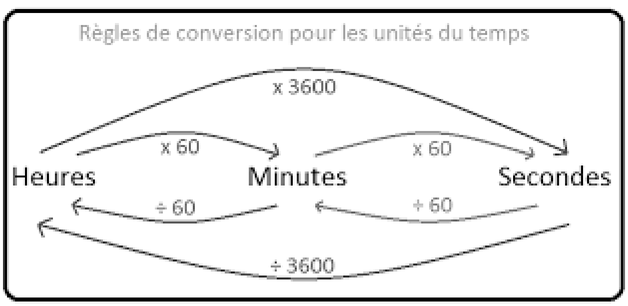
Formules. On note d la distance, t la durée et v la vitesse moyenne.

$$v = \frac{d}{t} \quad ; \quad t = \frac{d}{v} \quad ; \quad d = v \times t$$

Schéma mnémotechnique.



Rappel.



2. Exemples et méthodes

Méthode 1. Calculer une vitesse connaissant la distance et le temps.

Un aigle parcourt $1,2\,km$ en $30\,s$. Quelle est sa vitesse en m/s ?

1. On écrit la formule. Puisqu'on cherche une vitesse, on utilisera la formule : $v = \frac{d}{t}$.
2. On veut un résultat en m/s. On convertit alors $1,2\,km$ en m (inutile de convertir $30\,s$ici).

$$1,2\,km = 1,2 \times 1\,000 = 1\,200\,m$$

3. On remplace dans la formule et on calcule.

$$v = \frac{d}{t} = \frac{1\,200}{30} = 40$$

4. On conclut : l'aigle a une vitesse de $40\,m/s$.

Méthode 2. Calculer une distance connaissant la vitesse et le temps.

Une voiture roule à la vitesse moyenne de $65\,km/h$ pendant $1h12mn$. Calculer la distance parcourue en km.

1. On écrit la formule. Puisqu'on cherche une distance, on utilisera la formule : $d = v \times t$.
2. On veut un résultat en km sachant que la vitesse est en km/h et le temps en heures et minutes. Il faut donc convertir $1h12mn$ en h.

$$\begin{aligned} 1h12mn &= 1h + 12mn \\ &= 1h + \frac{12}{60}h \\ &= 1h + 0,2h \\ &= 1,2h \end{aligned}$$

3. On remplace dans la formule et on calcule.

$$d = v \times t = 65 \times 1,2 = 78$$

4. On conclut : la voiture a parcouru $78\,km$.

Méthode 3. Calculer un temps connaissant la distance et la vitesse.

Un avion a parcouru $3\,400\,km$ à une vitesse moyenne de $800\,km/h$. Calculer la durée du vol en heures et minutes.

1. On écrit la formule. Puisqu'on cherche un temps, on utilisera la formule : $t = \frac{d}{v}$.
2. Rien à convertir ici : on a une bonne concordance des unités. On remplace et on calcule.

$$t = \frac{d}{v} = \frac{3\,400}{800} = 4,25$$

3. La durée du vol est de $4,25\,h$. Il faut convertir ce résultat en heures-minutes.

$$\begin{aligned} 4,25h &= 4h + 0,25h \\ &= 4h + 0,25 \times 60mn \\ &= 4h + 15mn \\ &= 4h15mn \end{aligned}$$

4. On conclut : la durée du vol est de $4h15mn$.

Chapitre 13

Statistiques

I) Diagramme circulaire

Méthode. Construire un diagramme circulaire.
Vidéo : construire un diagramme circulaire
Ce tableau présente la répartition des groupes sanguins des élèves d'une classe. Représenter les effectifs dans un diagramme circulaire.

Groupe sanguin	O	A	B	AB	Total
Effectif	13	10	4	1	

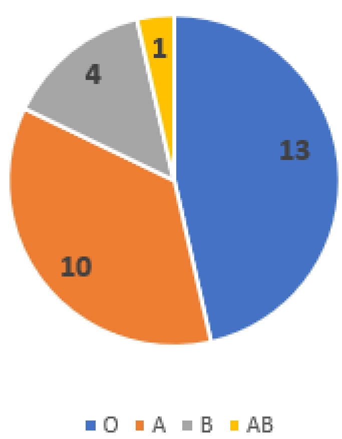
1. On ajoute une ligne à notre tableau (une ligne nommée « degrés »).
2. On calcule l'effectif total : $13 + 10 + 4 + 1 = 28$.
3. Les 28 élèves représentent toute la classe, donc 100 % de l'effectif. Ces 28 élèves vont donc représenter tout le disque, soit 360°.
4. On calcule les valeurs manquantes (plusieurs méthodes : quatrième proportionnelle, produit en croix, coefficient de proportionnalité : on prendra cette dernière méthode).

$$\frac{360}{28} \approx 12,86$$

5. On multiplie chaque effectif par $12,86$ et on remplit le tableau.

Groupe sanguin	O	A	B	AB	Total
Effectif	13	10	4	1	28
Degrés	167	129	51	13	360

6. On construit le diagramme circulaire.



II) Moyennes et médiane d'une série statistique

1. Moyenne simple

Formule. Une moyenne simple s'obtient en calculant le quotient :

$$\text{"Moyenne simple}=\frac{\text{Somme de toutes les valeurs}}{\text{Nombre de valeurs}}\text{"}$$

Méthode. Calculer une moyenne simple.
Vidéo : calculer une moyenne (s'arrêter à 1 mn 42 s).
Voici les notes obtenues par Léo :

$$15\,;\,17\,;\,16\,;\,14\,;\,18\,;\,20$$

Léo a obtenu 6 notes. Il suffit d'appliquer la formule.

$$\frac{15+17+16+14+18+20}{6} = \frac{100}{6} \approx 16,7$$

Léo a une moyenne de 16,7 environ.

2. Moyenne pondérée

Méthode. Calculer une moyenne pondérée.
Vidéo : calculer une moyenne (reprendre à 1 mn 42 s).
Voici les notes obtenues par Théo :

Note	17	18	10
Coefficient	2	1	4

La valeur 17 apparait 2 fois, il faut donc multiplier 17 par 2. De même, il faut multiplier 10 par 4.
Ici, l'effectif total est $2+1+4$ (somme du nombre d'apparitions de chaque note).

$$\frac{17\times 2+18\times 1+10\times 4}{2+1+4} = \frac{92}{7} \approx 13,1$$

Théo a une moyenne d'environ $13,1$.

3. Médiane

Définition. La médiane d'une série statistique est une valeur telle qu'il y a :
- Au moins la moitié des valeurs inférieures ou égales à cette médiane.
- Au moins la moitié des valeurs supérieures ou égales à cette médiane.

Autrement dit, la médiane est la valeur centrale de la série quand celle-ci est ordonnée.

Méthode. Calculer une médiane.
Vidéo : calculer une moyenne
Voici les séries de notes obtenues par deux élèves :
- Charlotte : 17 ; 10 ; 14 ; 18 ; 20 ; 13 ; 14
- Luc : 16 ; 16 ; 20 ; 13 ; 11 ; 13 ; 12 ; 17

Calculer la note médiane de chaque élève.

Pour Charlotte.
1. On ordonne la série : 10 ; 13 ; 14 ; 14 ; 17 ; 18 ; 20
2. Il y a 7 notes et 7 est impair. On divise 7 par 2 : $7 : 2 = 3,5$. Il y aura donc 3 notes avant la médiane et 3 notes après la médiane.
3. On repère la valeur centrale : 10 ; 13 ; 14 ; **14** ; 17 ; 18 ; 20
4. On conclut : la note médiane pour Charlotte est 14. Cela signifie que Charlotte a obtenu autant de notes supérieures à 14 que de notes supérieures à 14.

Pour Luc.
1. On ordonne la série : 11 ; 12 ; 13 ; 13 ; 16 ; 16 ; 17 ; 20
2. Il y a 8 notes et 8 est impair. On divise 8 par 2 : $8 : 2 = 4$. Il y aura donc 4 notes avant la médiane et 4 notes après la médiane.
3. On repère les deux valeurs centrales : 11 ; 12 ; 13 ; **13** ; **16** ; 16 ; 17 ; 20
4. On calcule leur moyenne :

$$\frac{13+16}{2} = 14,5$$

5. On conclut : la note médiane pour Luc est 14,5. Cela signifie que Luc a obtenu autant de notes supérieures à 14,5 que de notes supérieures à 14,5.

Chapitre 14

Probabilités

I) Vocabulaire

Définition.
1. Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat.
2. Les **résultats possibles d'une expérience aléatoire** sont appelés les **issues**.

Exemple. On lance un dé équilibré à 6 faces.
1. Il s'agit d'une expérience aléatoire : on ne sait pas sur quel chiffre on tombera.
2. Les issues possibles sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

Définition.
1. Un **événement** est une condition qui peut être réalisée (ou non) lors d'une expérience aléatoire.
2. Un événement qui ne peut être réalisé que par **une seule issue** est un **événement élémentaire**.
3. Un événement qui **ne peut pas être réalisé** est un **événement impossible** : aucune issue ne le réalise.
4. Un événement **toujours réalisé** est un **événement certain** : toutes les issues le réalisent.
5. L'**événement contraire d'un événement** A est **celui qui se réalise lorsque** A **n'est pas réalisé**. On note $\overline{A}$.

Exemple. On lance un dé équilibré à 6 faces.
1. A : « J'obtiens un 2 » est un événement élémentaire.
2. B : « J'obtiens un 7 » est un événement impossible.
3. C : « J'obtiens un nombre compris entre 1 et 6 » est un événement certain.
4. D : « J'obtiens un nombre pair » et $\overline{D}$: « J'obtiens un nombre impair » sont deux événements contraires.

II) Calculs de probabilités

1. Cas d'équiprobabilité

Définition. Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont équiprobables.

Exemple. Lors d'un lancé de dé équilibré, on a la même chance d'obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6. On est donc dans une situation d'équiprobabilité.

Propriété. On réalise une expérience aléatoire où toutes les issues équiprobables. Alors pour tout évènement A on a :

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple. Un sac contient 5 boules noires, 3 grises et 1 blanche. On tire au hasard une boule du sac. On considère les événements :
- N : "On tire une boule noire".
- G : "On tire une boule grise".
- B : "On tire une boule blanche".

Quelle est la probabilité de chaque événement ?

Au total, on a 9 boules $(5+3+1)$.

$$p(N) = \frac{5}{9} \ ; \ p(G) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \ ; \ p(B) = \frac{1}{9}$$

Propriétés.

1. Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
2. La somme des probabilités d'obtenir chaque issue est égale à 1.
3. La probabilité d'un événement impossible est égale à 0.
4. La probabilité d'un événement certain est égale à 1.
5. Soit A un événement. La probabilité de l'événement contraire de A vaut : $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

Exemple.

1. Les probabilités trouvées dans l'exemple précédent sont toutes comprises entre 0 et 1.
2. $p(N) + p(G) + p(B) = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$
3. La probabilité de tirer une boule orange vaut 0 puisqu'il n'y a pas de boule orange dans le tirage.
4. La probabilité de tirer une boule noire ou grise ou blanche vaut 1.
5. Soit A l'événement : « obtenir une boule grise ». Son événement contraire est $\overline{A}$ « obtenir une boule noire ou blanche ».

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{9} = \frac{9}{9} - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

2. Cas de non équiprobabilité

Méthode. Calculer une probabilité dans le cas de non équiprobabilité.
Vidéo : cas non équiprobable

Léo a reçu pour Noël la boîte du magicien avec du matériel lui permettant de faire des tours de magie. Dans cette boîte, il trouve un dé à 6 faces qui est **pipé**. *Il s'agit d'un dé mal équilibré dont les chances de tomber sur une face ne sont pas les mêmes que de tomber sur une autre. Chaque issue n'a pas la même probabilité : on dit qu'il n'y a pas équiprobabilité.*
La notice lui précise qu'il a deux fois plus de chance de tomber sur un chiffre impair que sur un chiffre pair. Calculer la probabilité de tomber sur un chiffre pair.

1. On note p la probabilité d'obtenir un chiffre pair. Alors la probabilité d'obtenir un chiffre impair est égale $2p$. En lançant un dé, on obtient soit un chiffre pair soit un chiffre impair, il n'y a pas d'autre issue. Donc $p + 2p = 1$ (événement certain).
2. On résout l'équation.

$$\begin{aligned} 3p &= 1 \\ p &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

3. On conclut : la probabilité de tomber sur un chiffre pair est $\frac{1}{3}$.

Chapitre 15

Puissances

I) Généralités

Définition. Soit n un nombre entier positif ou nul.

$$\underbrace{a \times a \times a \times ... \times a}_{n \text{ facteurs}} = a^n$$

Exemple.
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- $10^7 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000\,000$

II) Puissances de 10

1. Exposant positif

Définition. Soit n un nombre entier positif ou nul.

$$\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times ... \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 10^n$$

Exemple.
- $10^7 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000\,000$: 1 suivi de 7 zéros.
- $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: 1 suivi de 4 zéros.

2. Exposant négatif

Exemple. $\dfrac{1}{10^4} = \dfrac{1}{10\,000} = 0,0001 = 10^{-4}$: 1 précédé de 4 zéros.

Définition. Soit n un nombre entier positif ou nul.

$$\underbrace{0,000...01}_{n \text{ zéros}} = 10^{-n}$$

Propriété.

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Exemple.
- $10^3 = 1\,000$
- $10^{-3} = 0,001$
- $1\,000\,000 = 10^6$
- $0,00001 = 10^{-5}$

3. Préfixes de nano à giga

Préfixe	Symbole	Puissance (10^n)	Exemples
Giga	G	$10^9 = 1000000000$, un milliard	GigaOctet(taille d'un film numérique)
Méga	M	$10^6 = 1000000$, un million	MegaOctet (Image, Photo)
Kilo	k	$10^3 = 1000$, mille	1 kg de ...
Hecto	h	$10^2 = 100$	1 hL $=$ 100 L
Déca	da	$10^1 = 10$	1 dam = 10 m; décathlon (10 épreuves)
		$10^0 = 1$	UNITE
Déci	d	$10^{-1} = 0,1$, un dixième	1 dg = 0,1 g
Centi	c	$10^{-2} = 0,01$, un centième	1 cL = 0,01 L; centimes
Milli	m	$10^{-3} = 0,001$, un millième	1mm = 0,001 m
Micro	μ	$10^{-6} = 0,000001$, un millionième	1μm = 0,000 001m = 1 micron
Nano	n	$10^{-9} = 0,000000001$, un milliardième	1 nm, étude de l'atome, nanotechnologie

4. Notation scientifique

Définition. Notation scientifique avec a un nombre entre 1 et 10 (mais pas 10) et n un entier relatif.

$$a \times 10^n$$

Exemple.

1. La superficie du Sahara est de $8\,600\,000\,000\,m^2$. Mettre ce nombre en notation scientifique.

$$\begin{aligned} 8\,600\,000\,000 &= 8,6 \times 1\,000\,000\,000 \\ &= 8,6 \times 10^9 \end{aligned}$$

2. Le diamètre d'un cheveu est environ de $0,000\,065\,m$.

$$\begin{aligned} 0,000\,065 &= 6,5 \times 0,000\,01 \\ &= 6,5 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

5. Comparaison

Méthode. Comparer 348×10^{-5} et $4,5 \times 10^{-3}$.

1. On transforme l'un des deux nombres pour que les deux nombres aient la même puissance de 10 : $348 \times 10^{-5} = 3,48 \times 10^{-3}$.
2. Les nombres ont les mêmes puissances de 10 : on compare donc les premiers facteurs : $3,48 < 4,5$.
3. On conclut : $348 \times 10^{-5} < 4,5 \times 10^{-3}$.

Chapitre 16

Géométrie dans l'espace et repérage

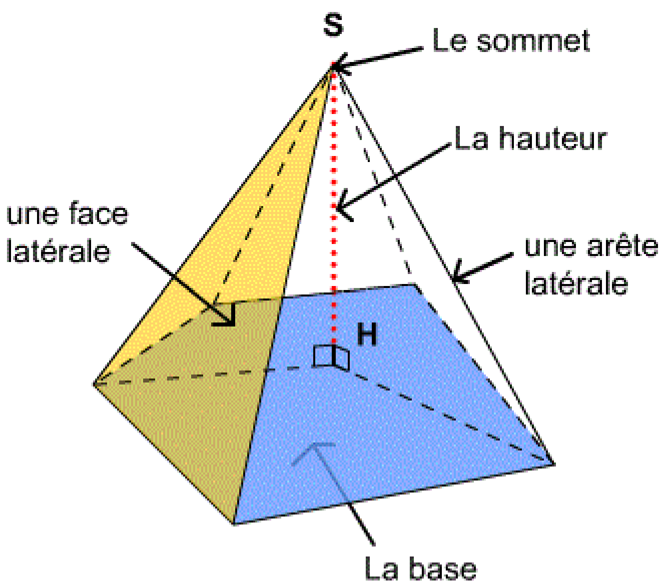
I) Pyramide

1. Généralités

Définition. Une pyramide est un solide dont :

- Une face est un polygone appelé **base**.
- Les autres faces sont des triangles appelés **faces latérales**.
- Le sommet en commun est appelé **sommet de la pyramide**.

Exemple.



Définition. La hauteur de la pyramide est la droite qui passe par le sommet principal et qui est perpendiculaire à la base.

Exemple. Dans l'illustration précédente, la hauteur de la pyramide est la droite (SH).

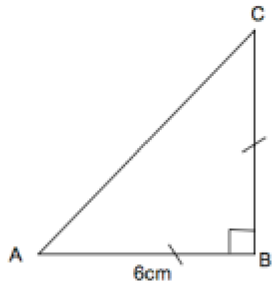
Formule de volume d'un cône de révolution.

$$V = \text{"}\frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}\text{"}$$

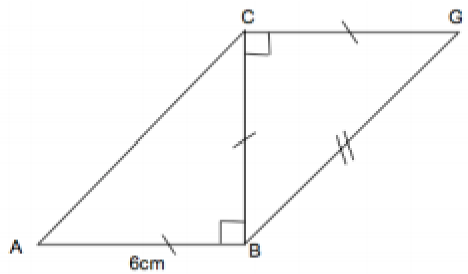
2. Patron d'une pyramide

Méthode. Réaliser le patron d'une pyramide.
Vidéo : patron d'une pyramide

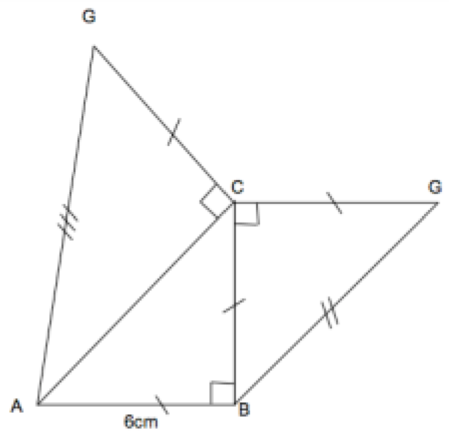
1. Tracer la base de la pyramide : le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que $AB = BC = 6\,cm$.



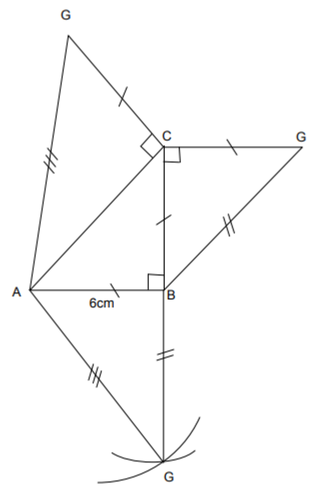
2. Tracer la face de droite : le triangle BCG rectangle et isocèle en C tel que $CG = 6\,cm$.



3. Tracer la face arrière : le triangle ACG rectangle en C tel que $CG = 6\,cm$.



4. Tracer la face de devant : le triangle ABG. On reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles.

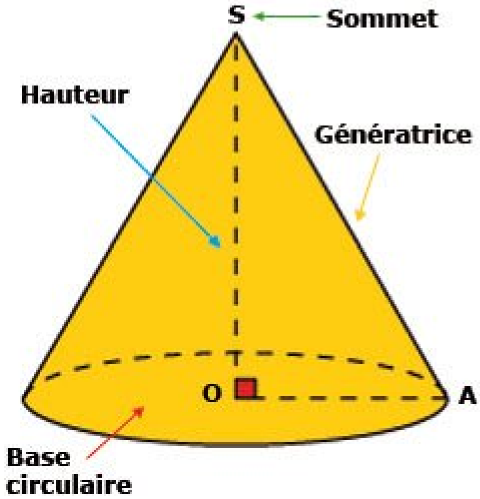


II) Cône de révolution

Définition. Une cône de révolution est un solide formé :

- D'une **base :** un disque.
- D'une face latérale : une surface courbe.
- Un sommet.

Exemple.



Définition. La hauteur d'un cône de révolution est le segment joignant son sommet au centre de la base. Cette hauteur est appelée **génératrice**.

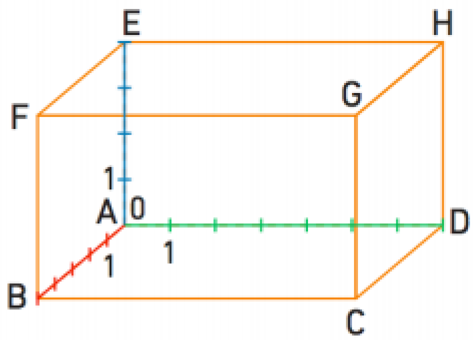
Exemple. Dans l'illustration précédente, la hauteur de la pyramide est la droite (SO).

Formule de volume d'un cône de révolution.

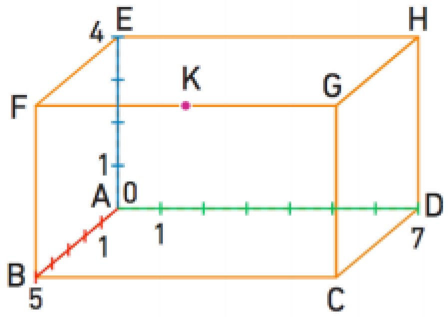
$$V = \text{"}\frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}\text{"}$$

III) Repérage dans le pavé droit

Un pavé droit peut définir un repère de l'espace. Il faut choisir une origine (ici le point A) et trois axes gradués définis à partir des dimensions du pavé : abscisse – ordonnée – altitude.



Méthode. Se repérer dans un pavé droit.
Vidéo : repérage pavé
On donne le repère de l'espace représenté ci-dessous défini à partir du parallélépipède $ABCDEFGH$. Donner l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude des sommets du parallélépipède et du milieu K du segment $[FG]$.
Pour chaque point, on note dans l'ordre entre parenthèses l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude.



$$A(0;0;0) \ \ ; \ \ E(0;0;4) \ \ ; \ \ K(3,5;5;4)$$

$$B(0;5;0) \ \ ; \ \ F(0;5;4) \ \ ; \ \ C(7;5;0)$$

$$G(7;5;4) \ \ ; \ \ D(7;0;0) \ \ ; \ \ H(7;0;4)$$

Chapitre 17

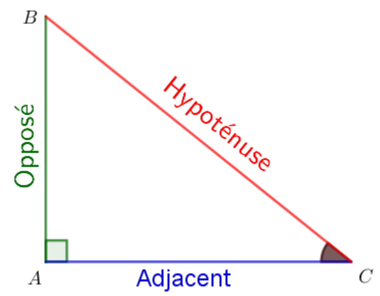
Cosinus

I) Généralités

Définition. Dans un triangle rectangle,

$$\cos\left(Angle\right) = " \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}} "$$

Exemple. Dans le triangle ABC rectangle en A :

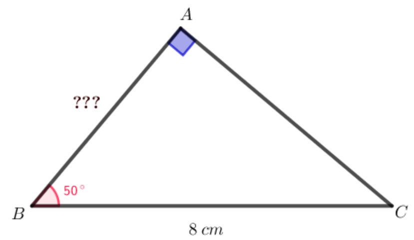


$$\cos\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{AC}{BC}$$

II) Méthodes de calculs

1. Calculs de longueurs

Méthode. Calculer la longueur AB.



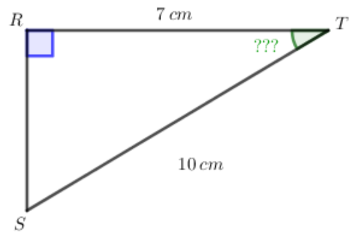
- Je sais que le triangle ABC est rectangle en A, $BC = 8\,cm$ et $\widehat{ABC} = 50°$.
- Or,

$$\begin{aligned} \cos\left(\widehat{ABC}\right) &= \frac{AB}{BC} \\ \cos\left(50°\right) &= \frac{AB}{8} \\ \frac{\cos\left(50°\right)}{1} &= \frac{AB}{8} \\ AB &= \frac{8 \times \cos\left(50°\right)}{1} \\ AB &\approx 5,1 \end{aligned}$$

- Donc $AB \approx 5,1\,cm$.

2. Calculs d'angles

Méthode. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{RTS}$.



- Je sais que le triangle RST est rectangle en R, $ST = 10\,cm$ et $RT = 7\,cm$.
- Or,

$$\cos\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{RT}{ST}$$
$$\cos\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{7}{10}$$
$$\widehat{RST} = \arccos\left(\frac{7}{10}\right)$$

Calculatrice : $\boxed{\text{Seconde}}\boxed{\cos}\boxed{(}\boxed{7}\boxed{\div}\boxed{10}\boxed{)}\boxed{\text{EXE}}$

$$\widehat{RTS} \approx 46°$$

- Donc $\widehat{RTS} \approx 46°$.