Cours de Cinquième

Thomas MUSARD

Année scolaire 2019-2020

Table des matières

Chapitre 1

Fractions

I) Généralités

Définition. Une fraction est un nombre sous écriture fractionnaire $\dfrac{a}{b}$ où a et b sont des nombres entiers avec b toujours différent de zéro. Elle représente le quotient de a par b.

Exemple.

- $\dfrac{3}{4}$ est une fraction.
- $\dfrac{4,5}{2}$ n'est pas une fraction car $4,5$ n'est pas un entier.
- $\dfrac{14}{0}$ n'est pas une fraction car le dénominateur est 0 (crime mathématique !).
- Le quotient de 2 par 9 se note : $\dfrac{2}{9}$. On retrouve alors l'égalité :

$$\frac{2}{9} \times 9 = 2$$

"quotient $\times$ diviseur $=$ dividende"

Vocabulaire. Dans l'écriture $\dfrac{a}{b}$, a est le **numérateur** et b est le **dénominateur**.

II) Différentes écritures d'un nombre

Une fraction est avant tout un nombre. Ainsi, tout nombre peut s'écrire sous forme fractionnaire.

Définition.

1. Une fraction décimale est une fraction de dénominateur 10 ; 100 ; 1 000...
2. Un nombre décimal est un nombre qui possède un nombre de chiffres fini dans sa partie décimale. Ils peuvent s'écrire sous la forme de fraction décimale.

Exemple. Le nombre $123,45$ (écriture décimale) peut s'écrire...

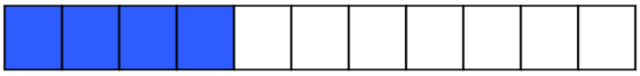
- $\dfrac{12345}{100}$ (forme fractionnaire).
- $123 + \dfrac{4}{10} + \dfrac{5}{100}$ (forme décomposée).
- $\dfrac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal ($\dfrac{2}{3} \approx 0,666666666...$)

III) Différentes significations d'une fraction

1. Fraction en tant que proportion

Exemple.

1. Dans une classe de 5ème, 14 élèves sur 26 sont des filles. La proportion de filles dans cette classe est de $\dfrac{14}{26}$.
2. On a partagé une bande en 11 parts égales. Chaque part représente $\dfrac{1}{11}$ de la bande. Quatre parts sur les 11 ont été coloriées. La proportion de parts coloriées est donc de $\dfrac{4}{11}$.



2. Fraction en tant que pourcentage

Rappel. Un pourcentage s'exprime à l'aide d'une fraction de dénominateur 100.

Exemple. Le pourcentage 20 % est représenté par la fraction $\dfrac{20}{100}$. Il s'agit également du nombre décimal $0,2$.

IV) Fractions égales

Propriété. Si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul, alors on obtient une fraction égale à la fraction de départ.

Exemple.

$$\frac{3}{5} = \frac{3\times 6}{5\times 6} = \frac{18}{30} \qquad \frac{100}{40} = \frac{100 : 20}{40 : 20} = \frac{5}{2}$$

Méthode. Simplifier la fraction $\dfrac{49}{63}$.
On cherche une table de multiplication dans laquelle apparaissent 49 et 63. Ici, la table de 7 est satisfaisante puisque $49 = 7 \times 7$ et $63 = 7 \times 9$.

$$\frac{49}{63} = \frac{7\times 7}{7\times 9} = \frac{7}{9}$$

V) Comparaison de fractions

Propriété. Soit le nombre $\dfrac{a}{b}$ avec b différent de zéro.

1. Si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$.
2. Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$.

Exemple.

$$\frac{131}{132} < 1 \qquad \frac{25}{12} > 1$$

Méthode. Comparer $\dfrac{7}{5}$ et $\dfrac{22}{15}$.

1. On met les fractions sous le même dénominateur. Puisque $15 = 5 \times 3$, on transforme la première fraction.

$$\frac{7}{5} = \frac{7\times 3}{5\times 3} = \frac{21}{15}$$

2. On compare les numérateurs : $21 < 22$.
3. On conclut :

$$\frac{21}{15} < \frac{22}{15} \text{ donc } \frac{7}{5} < \frac{22}{15}$$

Méthode. Ranger des fractions dans l'ordre croissant.

Ranger les nombres $\frac{1}{3}$; $\frac{25}{6}$ et 2 dans l'ordre croissant..

1. On met les fractions sous le même dénominateur.

$$\frac{1}{3} = \frac{1\times 2}{3\times 2} = \frac{2}{6} \quad \frac{25}{6} \quad 2 = \frac{2}{1} = \frac{2\times 6}{1\times 6} = \frac{12}{6}$$

2. On range les numérateurs dans l'ordre croissant : $2 < 12 < 25$.
3. On conclut :

$$\frac{2}{6} < \frac{12}{6} < \frac{25}{6} \text{ donc } \frac{1}{3} < 2 < \frac{25}{6}$$

Chapitre 2

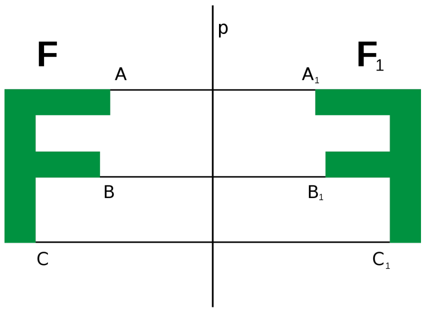
Symétrie centrale

I) Rappels – Symétrie axiale

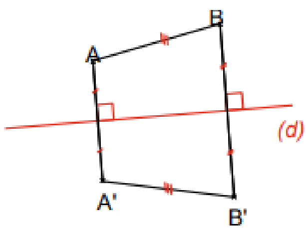
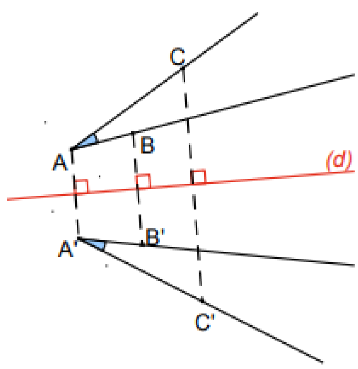
1. Principe

Définition. Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** si ces deux figures **se superposent par pliage le long de cette droite**.

Exemple.



2. Propriétés

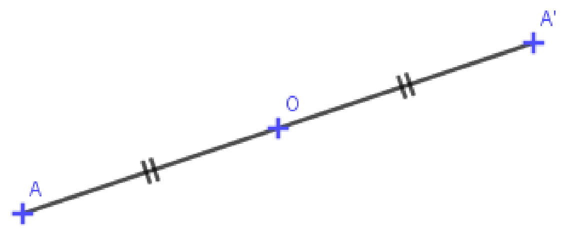
	Conservation des longueurs	Conservations des mesures d'angles
Hypothèses (Je sais que)	Le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (d)	Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$ sont symétriques par rapport à la droite (d).
Propriété (Or)	Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.	Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.
Conclusion (Donc)	$AB = A'B'$	$\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$
Illustration		

II) Symétrique d'un point

Définition. Deux points A et A' sont **symétriques par rapport au point** O si O **est le milieu du segment** $[AA']$.

Méthode. Construction du symétrique d'un point.

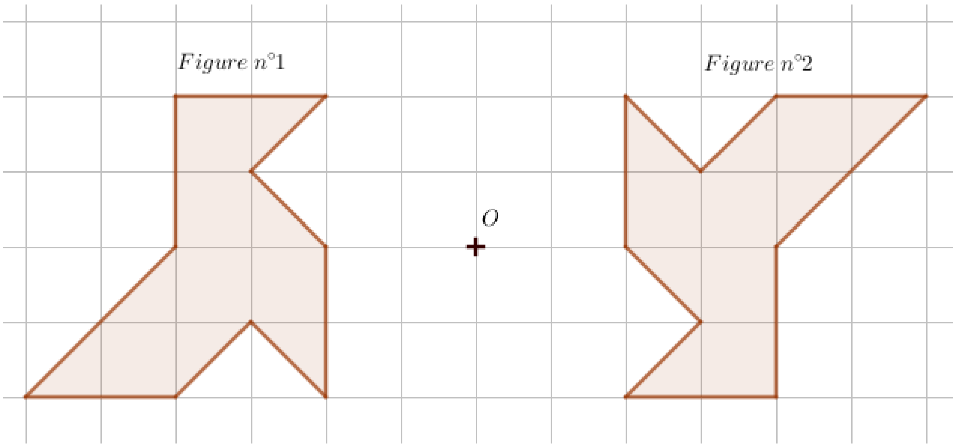
1. À la règle, tracer la demi-droite $[AO)$.
2. Au compas, reporter la distance AO au point O. (demi-tour autour de O ou report de la longueur).
3. On note A' le point d'intersection entre la demi-droite $[AO)$ et l'arc de cercle tracé précédemment.



III) Symétrique d'une figure par rapport à un point

Définition. La figure symétrique d'une figure par rapport à un point O est la figure obtenue en traçant les symétriques de tous les points de la figure par rapport à O. Le point O est appelé « **centre de symétrie** ».

Exemple. « La cocotte ».



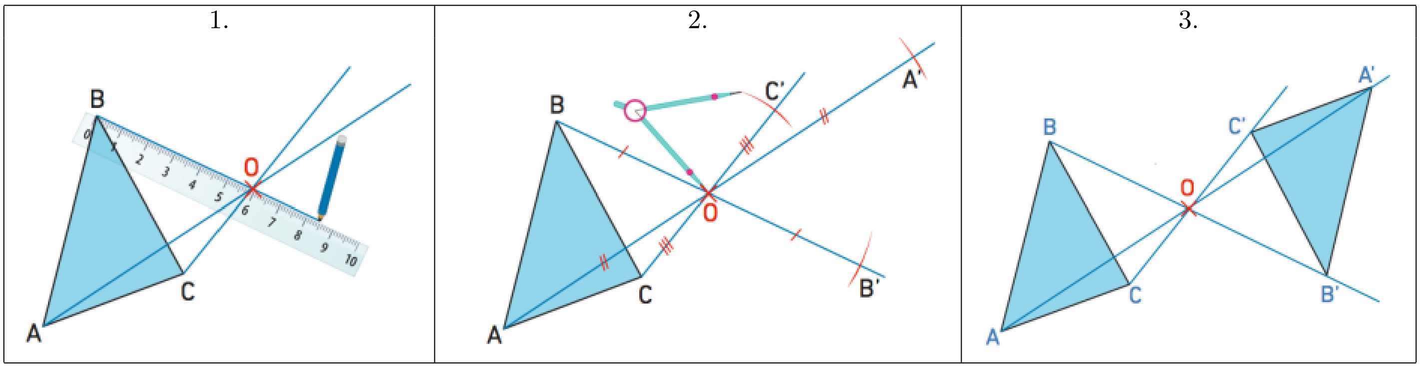
Remarque.

1. Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** si elles sont superposables par **demi-tour autour de ce point**.
2. On dit que la figure n°1 est l'image de la figure n°2 par la symétrie de centre O.

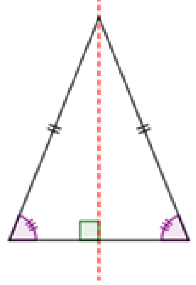
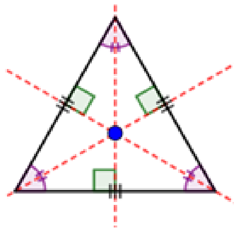
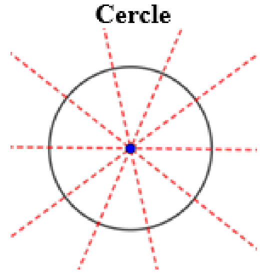
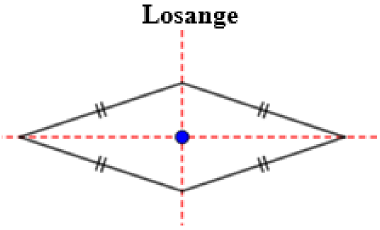
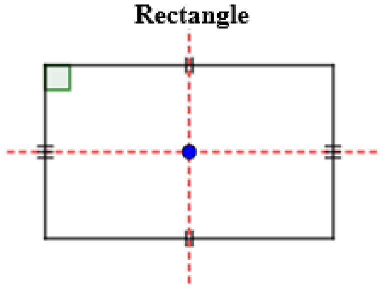
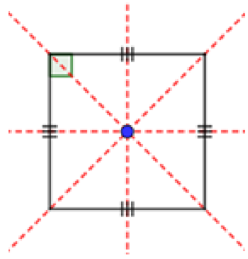
IV) Construction du symétrique d'une figure

Méthode. Construire le symétrique du triangle ABC par rapport au point O.
Pour construire le symétrique du triangle ABC par la symétrie de centre O, on construit les symétriques A', B' et C' des points A, B et C par cette symétrie.

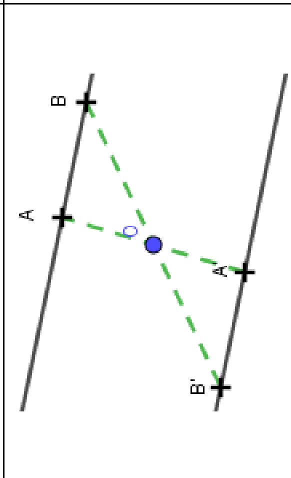
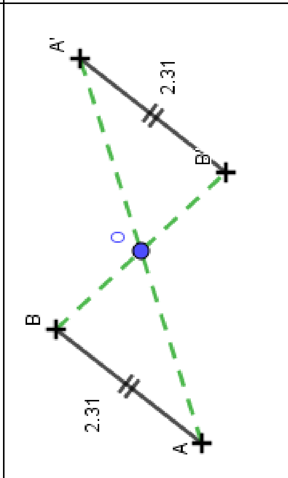
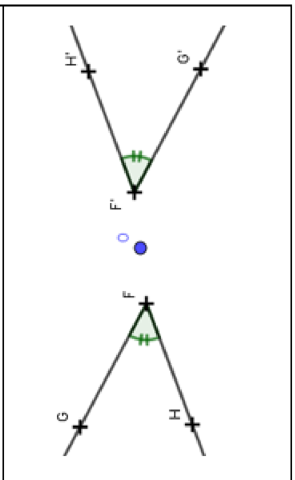
1. Tracer les demi-droites $[AO)$, $[BO)$ et $[CO)$.
2. Sur chaque demi-droite, reporter la distance entre le point O et le point dont on veut tracer le symétrique.
3. Relier les points A', B' et C'.



V) Figures usuelles et symétries

Triangle isocèle	Triangle équilatéral	Cercle
 • Un axe de symétrie • Pas de centre de symétrie	 • Trois axes de symétrie • Pas de centre de symétrie	 • Infinité d'axes de symétrie (toutes les droites passant par le centre du cercle) • Un centre de symétrie (centre du cercle)
Losange	**Rectangle**	**Carré**
 • Deux axes de symétrie • Un centre de symétrie	 • Deux axes de symétrie • Un centre de symétrie	 • Quatre axes de symétrie • Un centre de symétrie

VI) Propriétés de la symétrie centrale

	Conservation du parallélisme	Conservation des longueurs	Conservation des mesures d'angles
Hypothèses (Je sais que)	La droite $(A'B')$ est le symétrique de la droite (AB) par rapport au point O.	Le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O.	Les angles $\widehat{GFH}$ et $\widehat{G'F'H'}$ sont symétriques par rapport au point O.
Propriété (Or)	Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.	Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.	Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.
Conclusion (Donc)	$(AB)//(A'B')$	$AB = A'B'$	$\widehat{GFH} = \widehat{G'F'H'}$
Illustration			

Conséquences.

1. Deux figures symétriques ont le même périmètre.
2. Deux figures symétriques ont la même aire.

Chapitre 3

Enchaînement d'opérations

I) Calculs sans parenthèses

1. Additions et soustractions

Règle 1. Dans une expression **sans parenthèses** comportant **uniquement des additions et des soustractions**, on effectue les calculs **de gauche à droite**.

Exemple.

$$\begin{aligned} A &= 20 - 3 + 7 - 2 \\ A &= 17 + 7 - 2 \\ A &= 24 - 2 \\ A &= 22 \end{aligned}$$

2. Multiplications et divisions

Règle 2. Dans une expression **sans parenthèses** comportant **uniquement des multiplications et des divisions**, on effectue les calculs **de gauche à droite**.

Exemple.

$$\begin{aligned} B &= 24 : 3 \times 2 : 4 \\ B &= 8 \times 2 : 4 \\ B &= 16 : 4 \\ B &= 4 \end{aligned}$$

3. Enchaînement d'opérations

Vidéo : priorités sans parenthèses

Règle 3. Dans une expression **sans parenthèse**, on effectue **d'abord les multiplications et les divisions**, et seulement après, les additions et les soustractions.

Exemple.

$$\begin{array}{ll} C = 12 - 5 \times 2 & D = 4 \times 5 - 2 \times 6 \\ C = 12 - 10 & D = 20 - 12 \\ C = 2 & D = 8 \end{array}$$

Remarque. On dit que **la multiplication et la division sont prioritaires** par rapport à l'addition et la soustraction.

II) Calculs avec parenthèses

1. Parenthèses simples

Règle 4. Dans une expression **avec parenthèses**, on effectue **d'abord les calculs entre parenthèses**.

Exemple.

$$\begin{array}{lll} E = 6 \times (5 + 3) & F = (22 - 2) : 4 & G = (6 + 4) \times (7 - 5) \\ E = 6 \times 8 & F = 20 : 4 & G = 10 \times 2 \\ E = 48 & F = 5 & G = 20 \end{array}$$

2. Parenthèses doubles

Règle 5. Dans une expression **avec parenthèses doubles**, on effectue **en premier les calculs situés dans les parenthèses les plus à l'intérieur**.

Exemple.

$$H = 2 \times (8 - (7 - 4))$$
$$H = 2 \times (8 - 3)$$
$$H = 2 \times 5$$
$$H = 10$$

Vidéo : parenthèses – Vidéo : parenthèses doubles – Vidéo : parenthèses et multiplications-divisions

III) Expression avec un quotient

Calculer une expression avec un quotient revient à calculer une expression avec des parenthèses. Le numérateur et le dénominateur correspondent chacun à des calculs entre parenthèses.

Exemple.

$I = \dfrac{30+2}{4}$	$J = \dfrac{\frac{30}{5}}{3}$	$K = \dfrac{5}{6-4}$	$L = \dfrac{3 \times 2}{9-7}$
$I = (30+2) : 4$	$J = (30 : 5) : 3$	$K = 5 : (6-4)$	$L = (3 \times 2) : (9-7)$
$I = 32 : 4$	$J = 6 : 3$	$K = 5 : 2$	$L = 6 : 2$
$I = 8$	$J = 2$	$K = 2,5$	$L = 3$

IV) Vocabulaire

Exemple.

1. $4 + 5$ est la somme de 4 et 5. 4 et 5 sont appelés « termes ».
2. $6 - 4$ est la différence de 6 et 4. 6 et 4 sont appelés « termes ».
3. 12×2 est le produit de 12 par 2. 12 et 2 sont appelés « facteurs ».
4. $16 : 4$ est le quotient de 16 par 4. 16 est appelé « dividende » et 4 est appelé « diviseur ».

Méthode. Traduire une expression en phrase avec le vocabulaire des opérations.

1. Traduire par une phrase chacune des expressions suivantes.

$$A = 16 + 3 \times 5 \qquad B = 30 - (2 + 7)$$

   On commence toujours par écrire l'opération qu'on effectue en dernier.
   - $A = 16 + 3 \times 5$
     A est la somme de 16 et du produit de 3 par 5.
   - $B = 30 - (2 - 7)$
     B est la différence de 30 par la somme de 2 et de 7.
2. Traduire chaque phrase par une expression.
   (a) C est le produit de 3 par la différence de 9 et 4.
   $C = 3 \times (9 - 4)$
   (b) D est le quotient de la différence de 6 et 2 par la somme de 5 et 1.
   $D = (6 - 2) \times (5 + 1)$

Chapitre 4

Proportionnalité

I) Reconnaitre une situation de proportionnalité

Définition. Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel on peut passer d'une ligne à une autre en multipliant (ou divisant) toujours par le même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Formule. Le coefficient de proportionnalité s'obtient avec le quotient :

$$„\frac{\text{valeur 2ème ligne}}{\text{valeur 1ère ligne}}„$$

Exemple. La quantité de sirop est-elle proportionnelle à la quantité d'eau ?
Il s'agit de vérifier si ce tableau est un tableau de proportionnalité ou non.

Quantité de sirop (cL)	2	3	7
Quantité d'eau (dL)	5	7,5	17,5

Calculons séparément.

$$\frac{5}{2} = 2,5 \ ; \ \frac{7,5}{3} = 2,5 \ ; \ \frac{17,5}{7} = 2,5$$

Puisque les résultats sont égaux, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité (avec un coefficient de proportionnalité égal à 2,5).

Ainsi, la quantité de sirop est proportionnalle à la quantité d'eau.

II) Appliquer une situation de proportionnalité

Exemple. $2\,m^2$ de carrelage coûtent 40 €. Le prix est proportionnel à la quantité achetée. Compléter le tableau ci-dessous.

Quantité (m^2)	1	2	10	12	20	25	30	40	50
Prix (€)		40							

1. On détermine le coefficient de proportionnalité.

$$\frac{40}{2} = 20$$

2. Il suffit de multiplier les valeurs de la première ligne par 20 afin de trouver les valeurs de la seconde ligne.

Quantité (m^2)	1	2	10	12	20	25	30	40	50
Prix (€)	20	40	200	240	400	500	600	800	1 000

III) Notion de ratio

Définition.

1. Deux nombres a et b sont dans le ratio 3 :4 (notation standardisée) si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.
2. Trois nombres a, b et c sont dans le ratio 2 :3 :7 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.

Remarque. Un ratio est en fait un partage qui est inégal.

Méthode. Alix et Jeanne ont 24 bonbons qu'elles doivent partager selon un ratio 2 :4. Combien auront-elles de bonbons chacune ?

Explication. Dans ce contexte, le ratio 2 :4 signifie que si Alix prend 2 bonbons, alors Jeanne en prendra forcément 4. Autrement dit, la proportion de bonbons pour Alix est de $\frac{2}{6}$ alors que la proportion de bonbons pour Jeanne est de $\frac{4}{6}$. Au total, il y a 24 bonbons. Combien chaque fille aura-t-elle de bonbons ?

- Alix :

$$\frac{2}{6} = \frac{2 \times 4}{6 \times 4} = \frac{8}{24}$$

  Alix aura 8 bonbons.

- Jeanne :
  — Solution 1. $24 - 8 = 16$
  — Solution 2.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{16}{24}$$

  Jeanne aura 16 bonbons.

IV) Pourcentages

Règle. Calculer a % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{a}{100}$

Méthode. Appliquer un pourcentage.
Sur un montant total de 72 €, j'ai eu une remise de 25 %. Quel est le montant de la remise ?

1. Calculons 25 % de 72. On applique la règle.

$$72 \times \frac{25}{100} = 72 \times \frac{1}{4} = \frac{72}{4} = 18$$

2. On conclut avec une phrase : le montant de la remise est de 18 €.

Méthode. Rechercher un pourcentage.
Une automobile qui coûtait 8 000€ est vendue 6 800€. A quel pourcentage du prix initial correspond le nouveau prix ?

1. Tableau de proportionnalité. Le prix total représente 100 % du prix (logique). Notons x le pourcentage que représente la remise.

Prix (en €)	8 000	6 800
Pourcentage	100	x

2. On utilise la quatrième proportionnelle.

$$x = \frac{100 \times 6\,800}{8\,000}$$

3. On calcule.

$$x = 6\,800 \times 0,0125 = 85$$

4. On conclut avec une phrase : le nouveau prix correspond à 85 % du prix initial.

V) Échelles

Les mesures sur une carte, un plan ou une maquette sont proportionnelles aux mesures réelles. Le coefficient de proportionnalité pour passer d'une représentation à la réalité est appellé **échelle**.

Formule. L'échelle d'une représentation, notée e, est égale au quotient :

$$e = „\frac{\text{longueur sur la représentation}}{\text{longueur réelle}}„$$

Exemple. Une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$ signifie que $1\,cm$ sur la carte représente $1\,000\,cm$ dans la réalité.

Méthode. Déterminer une distance réelle à partir d'une échelle.
Utiliser une échelle
A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de $5,7\,cm$ sur une carte réduite à l'échelle $\dfrac{1}{1000}$?

1. On réalise un tableau de proportionnalité. On note x la distance réelle recherchée.

Longueur sur carte (en cm)	1	5,7
Longueur réelle (en cm)	1 000	x

2. On calcule : pour passer de la première ligne à la seconde, il suffit de multiplier par $1\,000$.

$$5,7 \times 1\,000 = 5\,700\,cm = 57\,m$$

3. On conclut avec une phrase : la distance réelle est égale à 57 mètres.

Méthode. Rechercher une échelle.
Rechercher une échelle
Un bateau de $25\,m$ correspond à une longueur de $10\,cm$ sur son modèle réduit. Quelle est l'échelle de réduction ?

1. On convertit toutes les données dans la même unité.

$$25\,m = 2\,500\,cm$$

2. On réalise un tableau de proportionnalité. On note x la distance réelle recherchée.

Longueur sur carte (en cm)	10	1
Longueur réelle (en cm)	2 500	x

3. On calcule.

$$x = 1 \times 250 = 250$$

4. On conclut : l'échelle utilisée est $\dfrac{1}{250}$

Chapitre 5

Calcul littéral (1)

I) Écriture littérale

1. Expressions littérales

Définition. Une **expression littérale** est une expression contenant des lettres qui désignent des nombres inconnus.

Exemple. Aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l : $L \times l$.

Méthode. Écrire une expression en fonction d'un nombre inconnu.
On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3.
- Multiplier par 9.
- Soustraire 5.

1. Vérifier qu'en choisissant 1 au départ, on obtient 31 à la fin.
   - 1
   - $1 + 3 = 4$
   - $4 \times 9 = 36$
   - $36 - 5 = 31$

   On obtient bien 31 en choisissant 1 au départ.
2. Qu'obtient-on en choisissant 3 au départ ?
   - 3
   - $3 + 3 = 6$
   - $6 \times 9 = 54$
   - $54 - 5 = 49$

   On obtient 49 en choisissant 3 au départ.
3. Ecrire une expression littérale correspondant à ce programme de calcul.
   - x
   - $x + 3$
   - $(x + 3) \times 9$
   - $(x + 3) \times 9 - 5$

   Le programme de calcul correspond à l'expression $(x + 3) \times 9 - 5$.

2. Simplification d'écriture

Règle. Le signe « $\times$ » peut être masqué :

- Entre deux lettres différentes.
- Entre un nombre et une lettre, avec le **nombre placé devant**.
- Devant une parenthèse.

Exemple.

1. $a \times b$ s'écrit ab.
2. $3 \times x$ s'écrit $3x$.
3. $5 \times (x + 2)$ s'écrit $5(x + 2)$

Remarque.

1. 5×2 ne peut pas s'écrire 52.
2. Lorsqu'on simplifie l'écriture $x \times 5$, on n'écrit pas $\cancel{x5}$ mais $5x$ (le nombre toujours devant la lettre).

Règle. Les « puissances ».
- $a \times a$ se note a^2 et se lit « a au carré ».
- $a \times a \times a$ se note a^3 et se lit « a au cube ».

II) Distributivité

1. Application au calcul mental

Vidéo : distributivité calcul mental

Méthode 1. Calculer mentalement 24×101.

1. On décompose 101 comme étant $100 + 1$.

$$24 \times 101 = 24 \times (100 + 1)$$

2. On distribue 24 à 100 puis à 1.

$$24\times(100+1) = 24\times100+24\times1$$

3. On calcule.

$$24 \times 100 + 24 \times 1 = 2\,400 + 24 = 2\,424$$

Quelques astuces.
- $101 = 100 + 1$
- $99 = 100 - 1$
- $12 = 10 + 2$
- $105 = 100 + 5$

Méthode 2. Calculer mentalement $14 \times 47 + 14 \times 53$.

1. On repère le facteur commun aux deux termes, ici 14 et on applique la formule de distributivité.

$$14\times47 + 14 \times 53 = 14\times(47 + 43)$$

2. On effectue le calcul entres parenthèses.

$$14\times(47 + 53) = 14\times100$$

3. On calcule le produit restant.

$$14 \times 100 = 1\,400$$

2. Réduction d'expressions littérales

Exemple. Réduire les expressions littérales suivantes.

$$\begin{array}{ll} A = 5,2x + 3,4x & B = 2,4y - 2,1y \\ A = (5,2 + 3,4)x & B = (2,4 - 2,1)y \\ A = 8,6x & B = 0,3y \end{array}$$

Chapitre 6

Angles

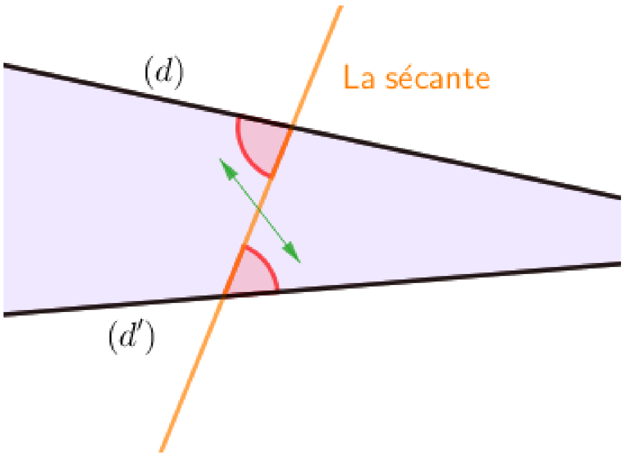
I) Angles alternes-internes et correspondants

1. Angles alternes-internes

Définition. On considère deux droites non superposées (d) et (d') coupées par une sécante. Deux angles formés par ces trois droites sont appelés **alternes-internes** si :

1. Ils n'ont pas le même sommet.
2. Ils sont situés de part et d'autres de la sécante.
3. Ils sont situés entre les droites (d) et (d').

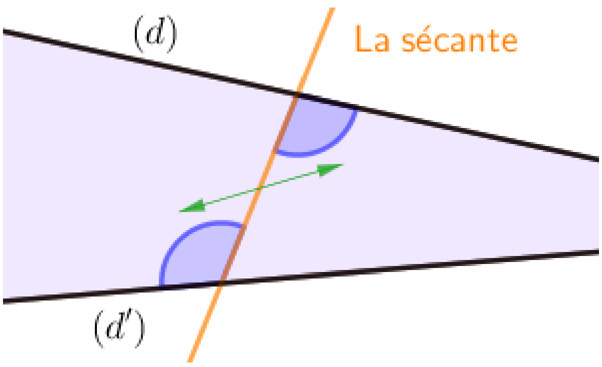
Illustration.

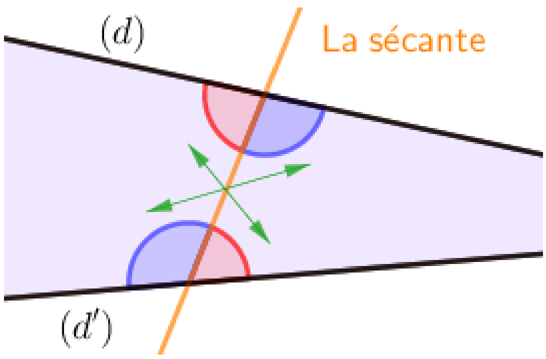


Les angles ci-dessus sont bien alternes-internes puisque :

- Ils n'ont pas le même sommet.
- Ils sont à l'intérieur (INTERNES) de la bande délimitée par les droites (d) et (d').
- Ils sont de part et d'autre (ALTERNES) de la sécante (autrement dit, pas du « même côté » de la sécante).

Remarque. Il existe un deuxième couple d'angles alternes-internes, ici représentés en bleu.



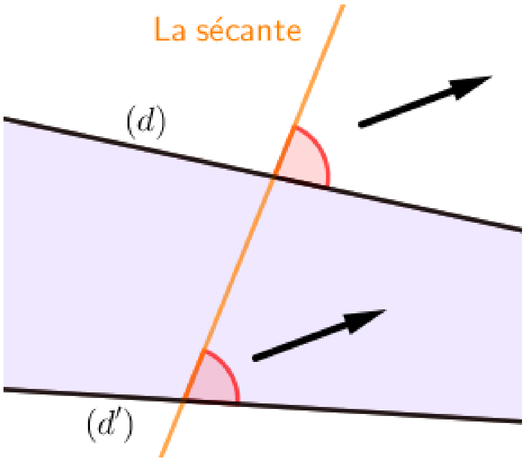


2. Angles correspondants

Définition. On considère deux droites non superposées (d) et (d') coupées par une sécante. Deux angles formés par ces trois droites sont appelés **correspondants** si :

1. Ils n'ont pas le même sommet.
2. Ils sont situés du même côté de la sécante.
3. Un des angles est situé entre les droites (d) et (d'), l'autre est à l'extérieur.

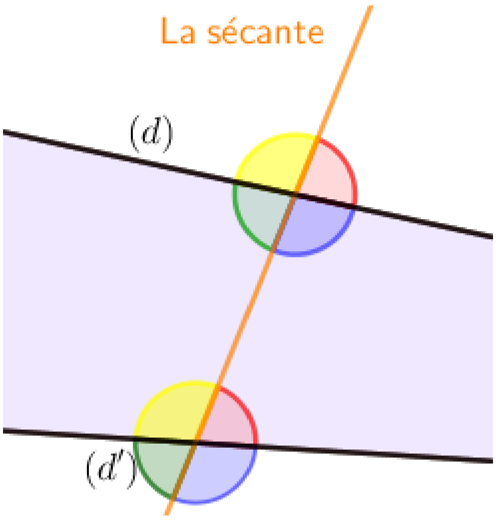
Illustration.



Les angles ci-dessus sont bien correspondants puisque :

- Ils n'ont pas le même sommet.
- Les angles sont tous les deux situés du même côté de la sécante (ils « regardent » dans la même direction).
- L'un des angles est entre les (d) et (d'), l'autre est à l'extérieur.

Remarque. Il existe au total quatre couples d'angles correspondants

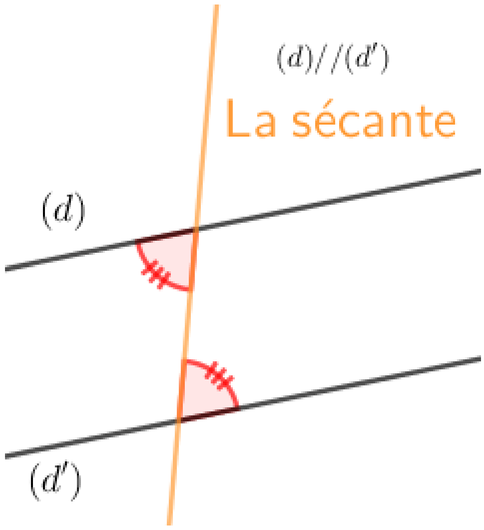


II) Angles et parallélisme

1. Avec les angles alternes-internes

Propriété. Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes sont de même mesure.

Exemple.



- **Je sais que** les droites (d) et (d') sont parallèles et sont coupées par une sécante.
- **Or**, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes sont de même mesure.
- **Donc** les angles alternes-internes sont de même mesure.

Propriété (réciproque). Si deux droites sont coupées par une sécante et forment des angles alternes-internes de même mesure, alors les droites sont parallèles.

Exemple. Avec le même schéma que précédemment.

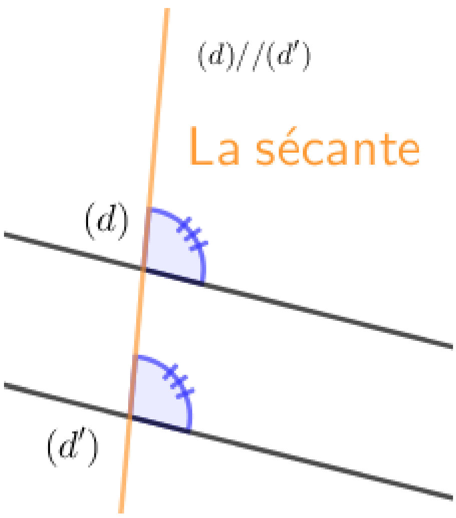
- **Je sais que** les droites (d) et (d') sont coupées par une sécante et que les angles alternes-internes sont de même mesure.
- **Or**, si deux droites sont coupées par une sécante et forment des angles alternes-internes de même mesure, alors les droites sont parallèles.
- **Donc** les droites (d) et (d') sont parallèles.

2. Avec les angles correspondants

Propriété. Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants sont de même mesure.

Propriété (réciproque). Si deux droites sont coupées par une sécante et forment des angles correspondants de même mesure, alors les droites sont parallèles.

Exemple.



Chapitre 7

Nombres relatifs

I) Nombres relatifs

1. Écriture des nombres relatifs

Définition.
1. Un nombre relatif s'écrit avec un signe + ou un signe – suivi d'un nombre appelé distance à zéro du nombre relatif.
2. Les nombres relatifs négatifs s'écrivent avec un signe – et sont inférieurs à zéro.
3. Les nombres relatifs positifs s'écrivent avec un signe + ou sans signe et sont supérieurs à zéro.
4. Les nombres relatifs qui sont entiers sont appelés des entiers relatifs.

Exemple. $+12$; -7 ; $-5,2$ sont des nombres relatifs tels que :
- $+12$ est un nombre relatif positif avec une distance à zéro égale à 12
- -7 est un nombre relatif négatif avec une distance à zéro égale à 7
- $-5,2$ est un nombre relatif négatif avec une distance à zéro égale à $5,2$

Remarque. 0 est un nombre à la fois positif et négatif.

2. Nombres relatifs opposés

Définition. Deux nombres relatifs sont opposés s'ils ont la même distance à zéro mais pas le même signe.

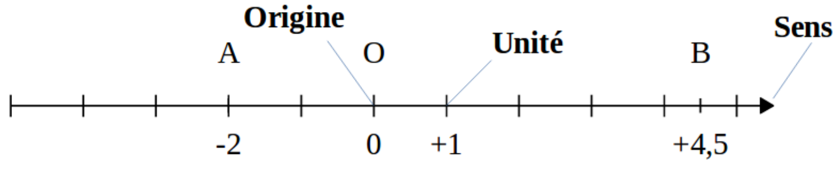
Exemple. $-2,3$ et $+2,3$ sont deux nombres opposés. On dit aussi $-2,3$ est l'opposé de $+2,3$ (et inversement).

II) Repérage sur une droite graduée

1. Droite graduée

Définition. Une droite graduée est une droite sur laquelle on a fixé :
- Un point appelé l'origine du repère, souvent noté O.
- Un sens de parcours, symbolisé par une flèche.
- Une unité de longueur, c'est-à-dire la graduation.

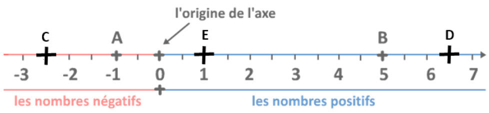
Illustration.



2. Abscisse d'un point

Chaque point d'une droite graduée est repéré par un nombre relatif, que l'on appelle l'abscisse du point.
L'origine du repère, le point O a pour abscisse le nombre relatif 0.

3. Exemples



- L'abscisse du point B est 5. On note $B\,(5)$.
- L'abscisse du point C est $-2,5$.
- $D(6,5)$.

III) Comparaison de deux nombres relatifs

1. Comparaison de deux nombres relatifs positifs

De deux nombres relatifs positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple. $+1,7 < +5,3$

2. Comparaison de deux nombres relatifs de signes contraires

Un nombre négatif est toujours plus petit qu'un nombre positif.

Exemple. $-212 < +0,4$

3. Comparaison de deux nombres négatifs

De deux nombres négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro (c'est-à-dire celui qui est le plus proche de zéro).

Exemple. $-7 < -3$

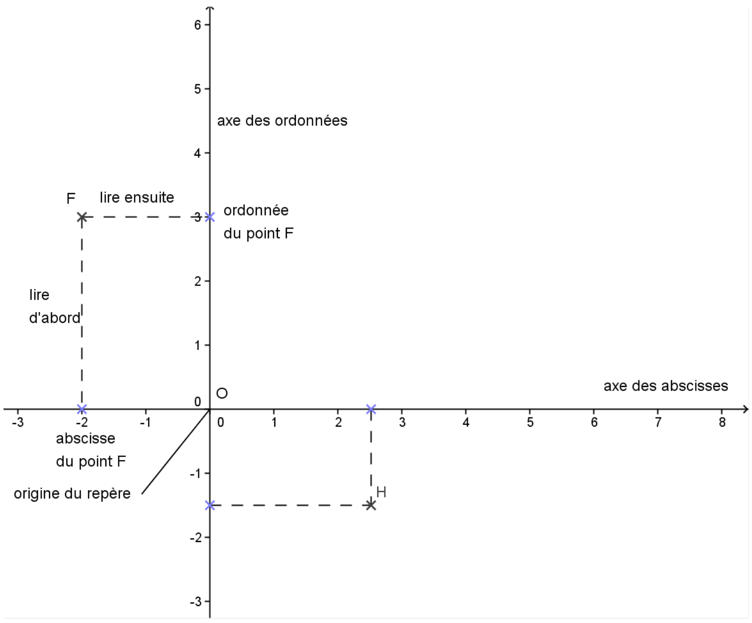
IV) Repérage dans le plan

Définition.

1. Un **repère orthogonal** est formé de **deux droites graduées perpendiculaires de même origine**, celle graduée **horizontalement** s'appelle **l'axe des abscisses,** celle graduée **verticalement** s'appelle **l'axe des ordonnées**.
2. Chaque point du plan est repéré par deux nombres relatifs, appelés les **coordonnées** du point ; le **premier nombre** est **l'abscisse** et se lit **horizontalement**, le **deuxième nombre** est **l'ordonnée** et se lit **verticalement**.

Exemple.

1. Les coordonnées du point F sont $(-2;3)$.
2. Placer les points : $A(4;2)$; $B(-3;-2)$; $C(4;0)$; $D(0;5)$.



Chapitre 8

Statistiques

I) Effectif et fréquence

Définition.

1. L'effectif d'une valeur est le nombre d'individus associés à une valeur.
2. L'effectif total est le nombre total d'individus.

Formules. Une fréquence s'obtient en calculant le quotient :

$$\text{"Fréquence="}\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}\text{"}$$

Pour obtenir cette fréquence en pourcentage, il suffit s'obtenir le nombre obtenu par 100.

$$\text{"Fréquence en \%=Fréquence} \times 100\text{"}$$

Méthode. Calculer une fréquence.
Vidéo : calculer une fréquence
Le tableau présente la répartition des groupes sanguins des élèves d'une classe. Calculer les fréquences en pourcentage.

Groupe sanguin	O	A	B	AB	Total
Effectif	13	10	4	1	28

1. On calcule l'effectif total.

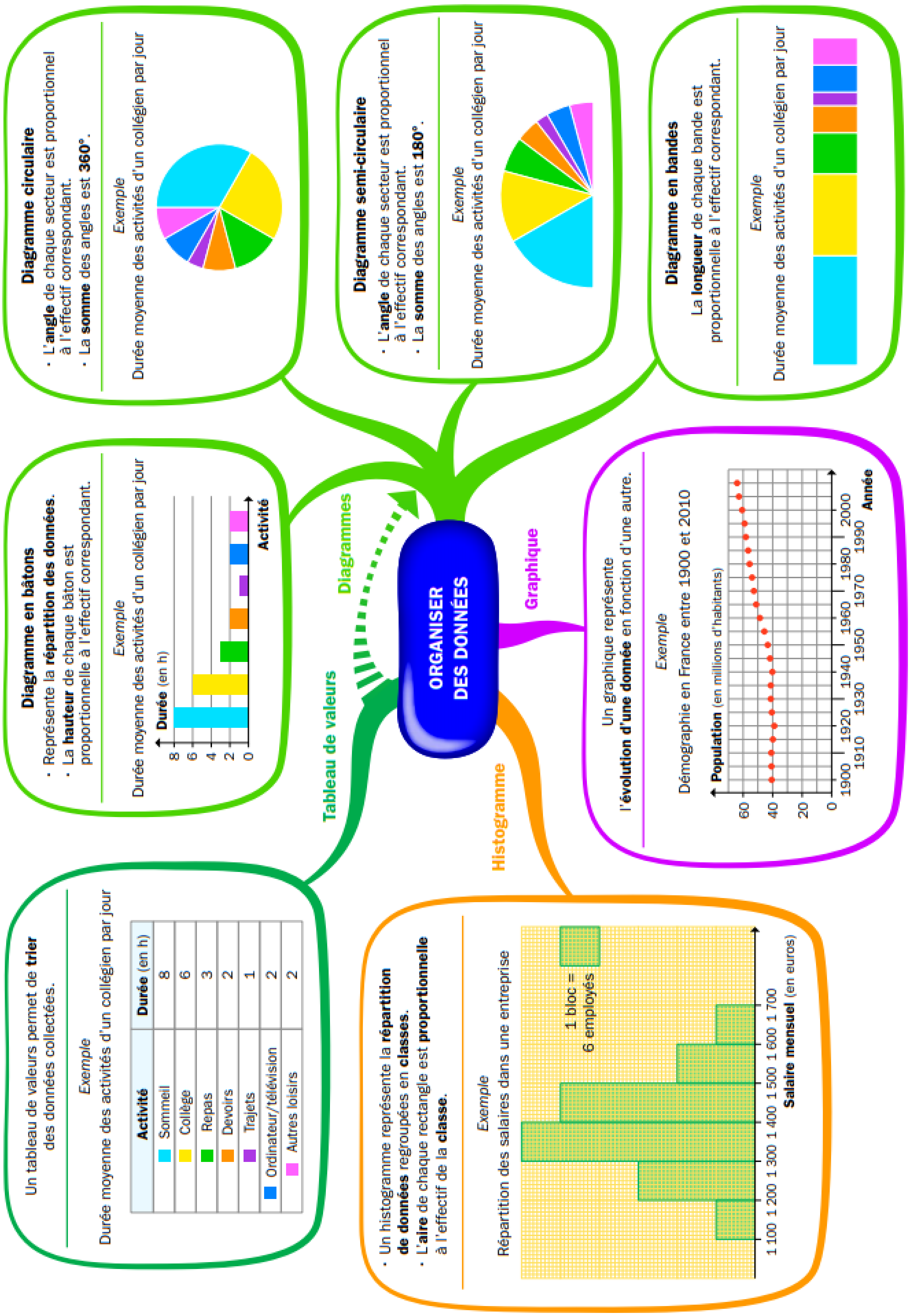
$$13 + 10 + 4 + 1 = 28$$

2. On applique la formule de fréquence dans le cas du groupe O, puis du groupe A, du groupe B et du groupe AB. On ajoute les résultats obtenus dans le tableau de départ en créant deux nouvelles lignes.

$$\text{"Fréquence="}\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}\text{"} \quad \text{"Fréquence en \%=Fréquence} \times 100\text{"}$$

Groupe sanguin	O	A	B	AB	Total
Effectif	13	10	4	1	28
Fréquence	$\frac{13}{28} \approx 0,46$	$\frac{10}{28} \approx 0,36$	$\frac{4}{28} \approx 0,14$	$\frac{1}{28} \approx 0,04$	1
Fréquence (en %)	46	36	14	4	100

II) Représentations graphiques



III) Moyenne simple, moyenne pondérée

1. Moyenne simple

Formules. Une moyenne simple s'obtient en calculant le quotient :

$$\text{"Moyenne simple} = \frac{\text{Somme de toutes les valeurs}}{\text{Nombre de valeurs}}\text{"}$$

Méthode. Calculer une moyenne simple.
Vidéo : calculer une moyenne (s'arrêter à 1 mn 42 s).
Voici les notes obtenues par Léo :

$$15\,;\,17\,;\,16\,;\,14\,;\,18\,;\,20$$

Léo a obtenu 6 notes. Il suffit d'appliquer la formule.

$$\frac{15+17+16+14+18+20}{6} = \frac{100}{6} \approx 16,7$$

Léo a une moyenne de 16,7 environ.

2. Moyenne pondérée

Méthode. Calculer une moyenne pondérée.
Vidéo : calculer une moyenne (reprendre à 1 mn 42 s).
Voici les notes obtenues par Théo :

Note	17	18	10
Coefficient	2	1	4

La valeur 17 apparait 2 fois, il faut donc multiplier 17 par 2. De même, il faut multiplier 10 par 4.
Ici, l'effectif total est $2+1+4$ (somme du nombre d'apparitions de chaque note).

$$\frac{17\times 2+18\times 1+10\times 4}{2+1+4} = \frac{92}{7} \approx 13,1$$

Théo a une moyenne d'environ $13,1$.

Chapitre 9

Calcul littéral (2)

I) Calculer la valeur d'une expression littérale

Méthode. Que vaut $2x + 1$ si x vaut 2 ?
On remplace la lettre par la valeur proposée et on calcule.

$$2x + 1 = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

Rappels.

1. Le symbole opératoire entre un nombre et une lettre est « $\times$ ».
2. La multiplication est prioritaire !

II) Notion d'égalité

1. Égalité

Définition. Une égalité est constituée de deux membres (gauche et droite) séparés par un signe « $=$ ». Les deux membres d'une égalité doivent avoir la même valeur.

Exemple. Dans l'égalité $5 + 7 = 4 + 8$:

- $5 + 7$ représente le membre de gauche.
- $4 + 8$ représente le membre de droite.
- Les deux membres ont la même valeur : $5 + 7 = 12$ et $4 + 8 = 12$.

2. Tester une égalité

Méthode. L'égalité $2x + 1 = 5 + x$ est-elle vraie pour $x = 1$?

1. On remplace la lettre par la valeur proposée et on calcule séparément
   - Membre de gauche : $2x + 1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
   - Membre de droite : $5 + x = 5 + 1 = 6$
2. On compare et on conclut : puisque les deux membres n'ont pas la même valeur, alors l'égalité est fausse pour $x = 1$.

III) Utilisation du calcul littéral dans les propriétés

1. Traduire une propriété

Exemple. Un multiple de 3 est un nombre dans la table de 3 : 3×1 ; 3×2 ; 3×3 ; 3×4...

Remarque. En écrivant cela, on n'arrive pas à exprimer tous les multiples de 3... On utilise donc le calcul littéral.

Propriété. Les multiples de 3 s'écrivent sous la forme $3 \times n$ ou encore $3n$, où n est un nombre entier positif.

Exemple.

1. L'entier qui suit 7 est 8, autrement dit $7 + 1$.
2. L'entier qui suit 100 est 101, autrement dit $100 + 1$.

Propriété. Soit n un nombre entier. Le nombre qui suit n est $n + 1$.

Exemple.

1. Les nombres pairs admettent 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 comme chiffre des unités. Autrement dit, ce sont tous les multiples de 2.
2. Les nombres impairs admettent 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 comme chiffre des unités. Autrement dit, ce sont tous les multiples de 2 augmenté de 1.

Propriété. Soit n un nombre entier positif.

1. Un nombre pair est un multiple de 2. Il est donc de la forme $2n$.
2. Un nombre impair est de la forme $2n + 1$.

2. Démontrer une propriété

Propriété. La somme de deux nombres entiers consécutifs (autrement dit, qui se suivent) donne toujours un nombre impair.

Exemple. On rappelle qu'un nombre impair est un nombre qui n'est pas dans la table de 2.

- $11 + 12 = 23$: 23 est bien un nombre impair.
- $98 + 99 = 197$: 197 est bien un nombre impair.

Remarque. Notre exemple permet de vérifier que la propriété est vraie mais seulement pour quelques nombres. Il faut donc généraliser notre exemple à tous les nombres. Pour cela, on utilisera le calcul littéral.

Démonstration. On note n le premier nombre de notre somme. Le nombre qui suit n est $n + 1$. On calcule maintenant la somme de n et $n + 1$.

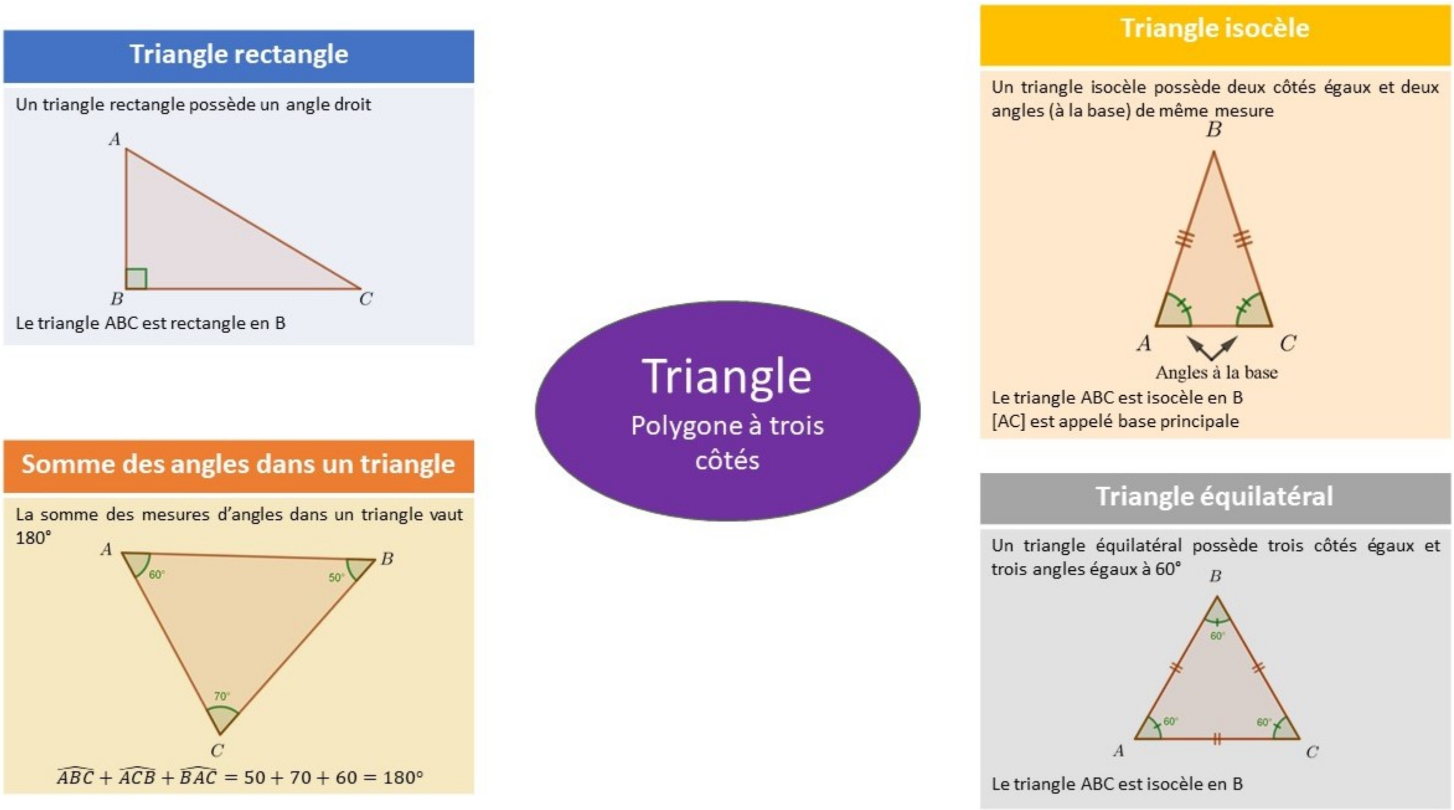
$$n + n + 1 = 2n + 1$$

$2n + 1$ est l'écriture générale d'un nombre impair. Ainsi, la somme de deux nombres entiers consécutifs donne toujours un nombre impair. □

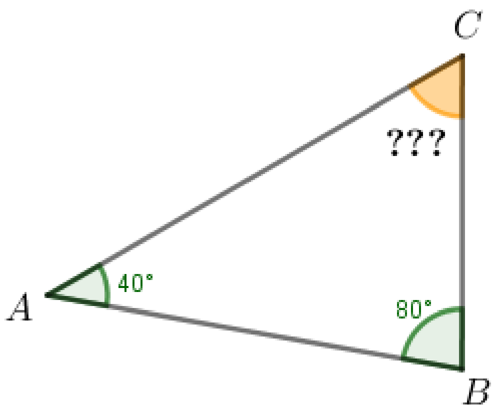
Chapitre 10

Triangles

I) Rappels



Méthode. Calculer la mesure d'un angle dans un triangle connaissant les deux autres.
ABC est un triangle tel que $\widehat{ABC} = 80°$ et $\widehat{BAC} = 40°$. Calculer $\widehat{BCA}$.



- **Je sais que** $\widehat{ABC} = 80°$ et $\widehat{BAC} = 40°$.
- **Or**, la somme des mesures d'angles dans un triangle vaut 180°.
- **Donc** $\widehat{BCA} = 180 - \widehat{ABC} - \widehat{BAC} = 180 - 80 - 40 = 100 - 40 = 60°$.

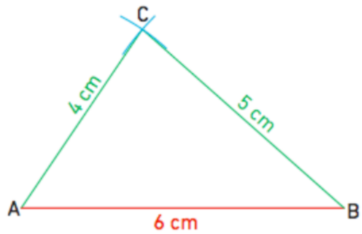
II) L'inégalité triangulaire

Introduction inégalité triangulaire

Propriété (Inégalité triangulaire). Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Méthode. En pratique, il faut vérifier si la longueur du plus grand côté est inférieure à la somme des deux autres côtés. Le triangle sera alors constructible.

- La plus grande longueur du triangle est $AB = 6\,cm$.
- La somme des deux autres longueurs est : $AC + BC = 4 + 5 = 9\,cm$.
- Donc $AB < AC + BC$. Comme la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres, on peut construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs.



III) Constructions de triangles

1. Construction d'un triangle connaissant la mesure des trois côtés : Vidéo 1
2. Construction d'un triangle connaissant la mesure d'un angle et de deux longueurs : Vidéo 2 et Vidéo 3
3. Construction d'un triangle connaissant la mesure de deux angles et celle d'un côté : Vidéo 4

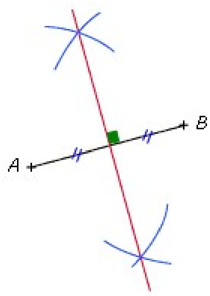
IV) Droites remarquables

1. Médiatrice

a) Médiatrice d'un segment

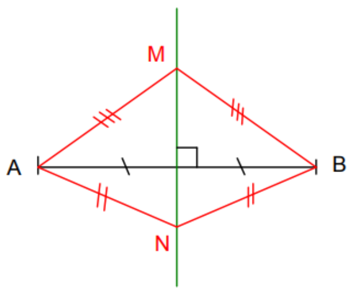
Définition. La **médiatrice d'un segment** est la droite qui passe **perpendiculairement par le milieu** de ce segment.

Exemple.



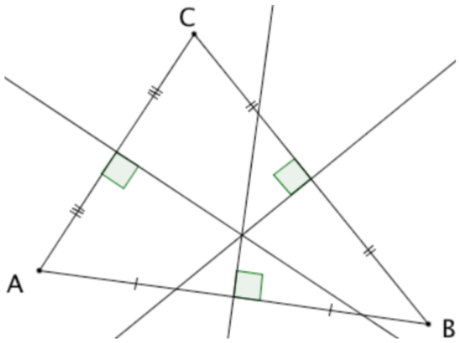
Propriété. Tous les points situés sur la médiatrice de $[AB]$ sont à égale distance de A et de B.

Exemple. M et N sont situés sur la médiatrice de $[AB]$. Donc $MA = MB$ et $NA = NB$.



b) Médiatrices d'un triangle

Une médiatrice d'un triangle est une médiatrice d'un de ses côtés. Il existe donc trois médiatrices dans un triangle.

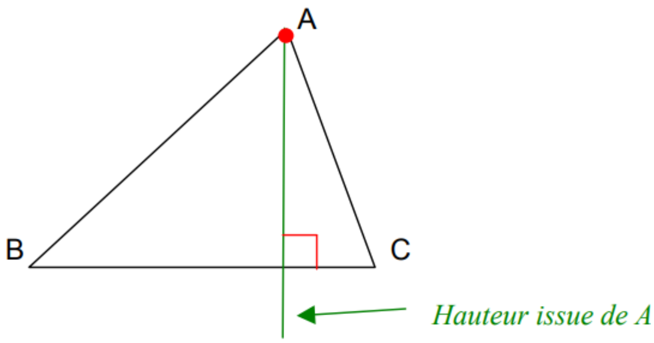


Remarque. Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un même point : on dit alors qu'elles sont **concourantes**.

2. Hauteur

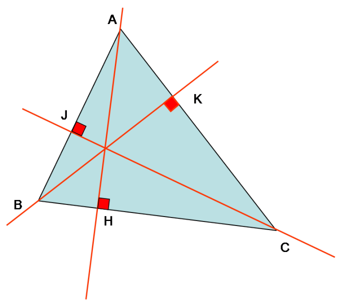
Définition. Dans un triangle, une **hauteur** est une **droite passant par un sommet** et qui est **perpendiculaire au côté opposé**.

Exemple.

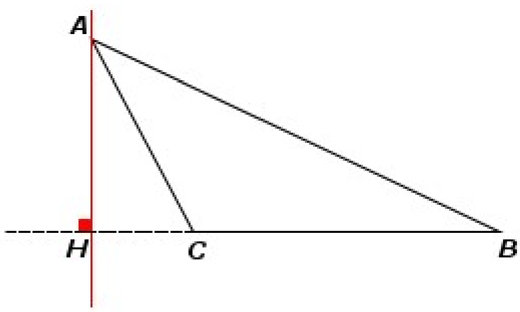


Remarque.

1. Les trois hauteurs d'un triangle sont **concourantes**.



2. Il se peut qu'une hauteur soit à l'extérieur d'un triangle.



Chapitre 11

Addition et soustraction de nombres relatifs

I) Addition de nombres relatifs

Addition de nombres relatifs

Les nombres ont le même signe

1. On garde le signe commun
2. On ajoute les distances à zéro

Les nombres n'ont pas le même signe

1. On garde le signe du nombre ayant la plus grande distance à zéro
2. On soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande

Exemples : même signe

$(+4) + (+3) = (+7)$

$(-9) + (-7) = (-16)$

$(+7) + (+9) + (+3) = (+19)$

Exemples : pas le même signe

$(+8) + (-4) = (+4)$

$(-9) + (+7) = (-9)$

La somme de deux nombres opposés est égale à zéro

$(-3) + (+3) = 0$

II) Soustraction de nombres relatifs

Méthode. Pour soustraire un nombre relatif on ajoute son opposé.

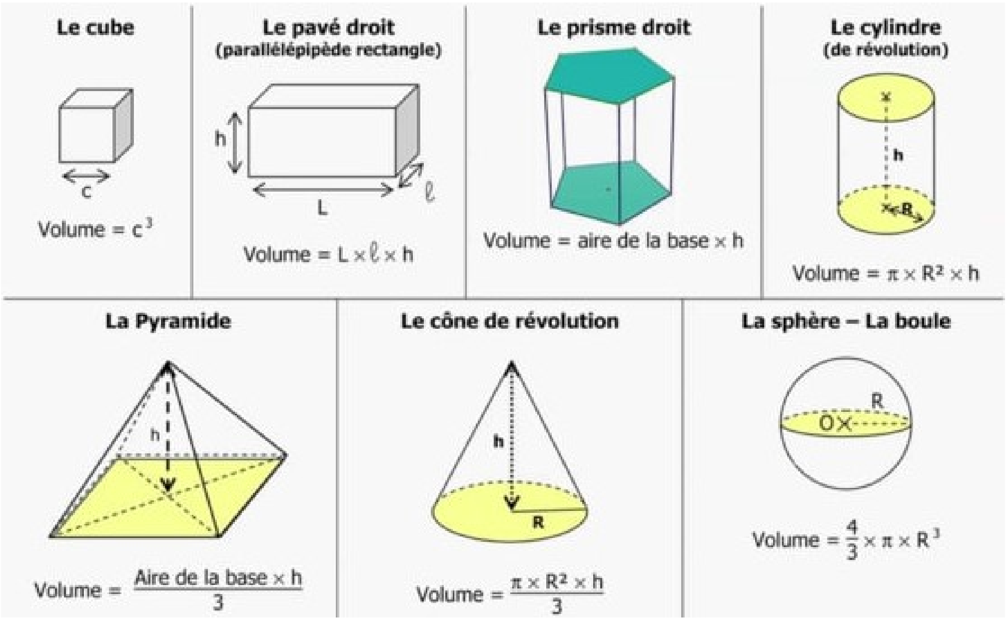
Exemple.

$$\begin{array}{lll}
A = (-11) - (+7) & B = (-3) - (-5) & C = 4 - 7 \\
A = (-11) + (-7) & B = (-3) + (+5) & C = 4 + (-7) \\
A = (-18) & B = (+2) & C = (-3)
\end{array}$$

Chapitre 12

Géométrie dans l'espace

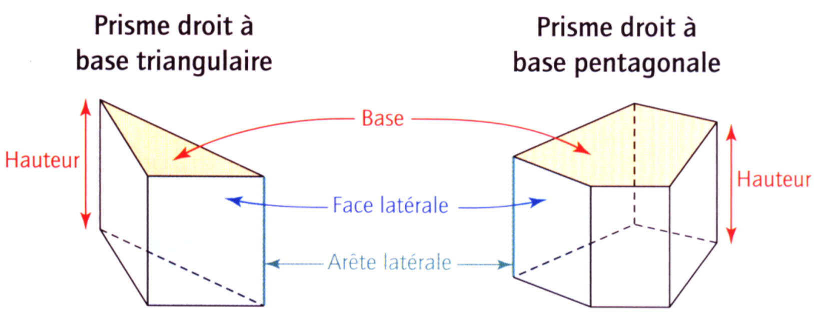
I) Solides usuels et volumes



II) Le prisme droit

Définition. Un prisme droit est un solide qui a **deux bases en forme de polygone** et dont les **autres faces** (appelées faces latérales) sont des **rectangles**.

Exemple.

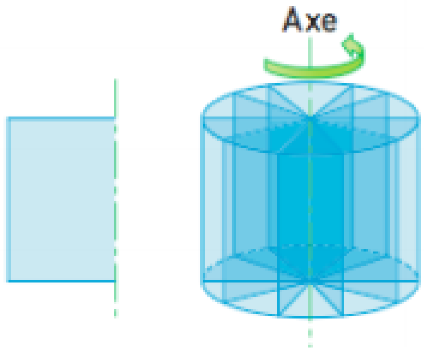


III) Le cylindre

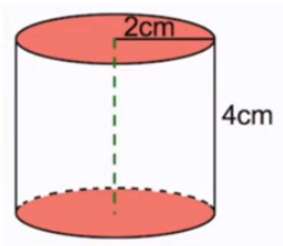
Définition.

1. Un **cylindre** est un solide dont les bases sont **deux disques superposables** (de même rayon).
2. La **hauteur** d'un cylindre est la longueur du **segment joignant les centres des deux disques**.

Remarque. Pour obtenir un cylindre, il suffit de faire tourner un rectangle autour d'un de ses côtés (appelé dans ce cas « axe »).



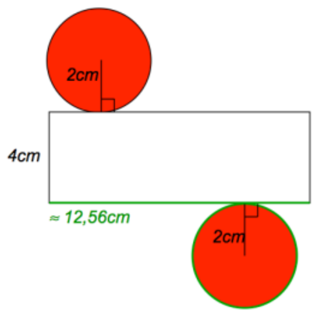
Méthode. Construire le patron d'un cylindre.
Vidéo : construire le patron d'un cylindre



1. La face latérale du cylindre est un rectangle. On représente cette face.
   (a) La largeur du rectangle vaut $l = 4\,cm$.
   (b) On ne connaît pas la longueur du rectangle : il faut la calculer. Elle correspond au périmètre de la base, autrement dit à la longueur du cercle de rayon $2\,cm$.

   $$L = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 2 \approx 12,6$$

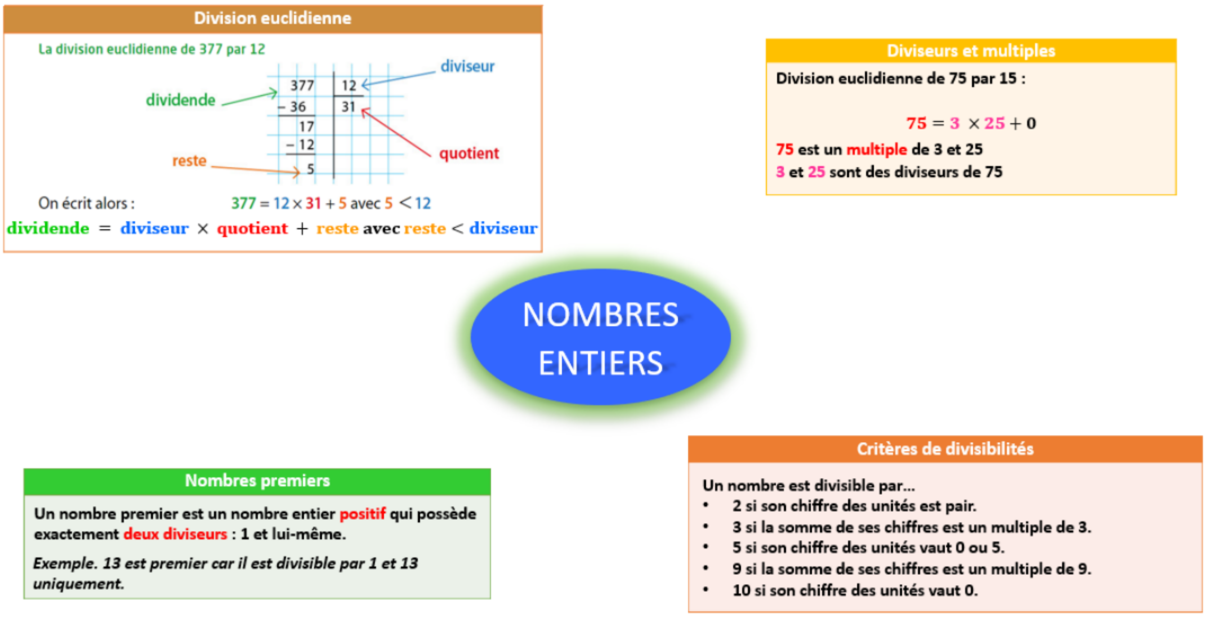
   La longueur de ce rectangle vaut environ 12,6 cm.
   (c) On trace un rectangle de longueur $12,6\,cm$ et de largeur $4\,cm$.
2. On représente nos deux bases : deux disques de rayon $2\,cm$.
   (a) On trace un segment perpendiculaire à une des longueur du rectangle. Ce segment représente le rayon du disque, il doit donc mesurer $2\,cm$.
   (b) Tracer le disque.
   (c) Faire de même avec l'autre longueur.



Chapitre 13

Arithmétique

I) Rappels – Nombres premiers



Nombres premiers à retenir.

$$2\,;\,3\,;\,5\,;\,7\,;\,11\,;\,13\,;\,17\,;\,19\,;\,23\,;\,29$$

Remarque.

1. « 1 » n'est pas un nombre premier puisqu'il n'a qu'un seul diviseur.
2. « 0 » n'est pas un nombre premier puisqu'il a une infinité de diviseurs.

II) Décomposition en produits de facteurs premiers

1. Méthode

Propriété. Tout nombre entier non premier peut s'écrire comme un produit de facteurs premiers.

Exemple. $15 = 3 \times 5\,;\, 30 = 2 \times 3 \times 5$

Méthode. Décomposer 12 en produit de facteurs premiers.

1. On écrit 12 sous la forme d'un produit simple.

$$12 = 2 \times 6$$

2. On fait de même avec chacun des facteurs non premiers jusqu'à obtenir des facteurs premiers.

$$12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3$$

Remarque. On peut simplifier l'écriture précédente.

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

2. Avec la calculatrice

- Sur une CASIO : $\boxed{12}\,\boxed{\text{EXE}}\,\boxed{\text{Seconde}}\,\boxed{\text{Décomp}}$
- Sur une TI : $\boxed{12}\,\boxed{\text{2nde}}\,\boxed{\text{décomp}}$

3. Application aux fractions

Méthode. Simplifier la fraction $\dfrac{24}{36}$.

1. On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

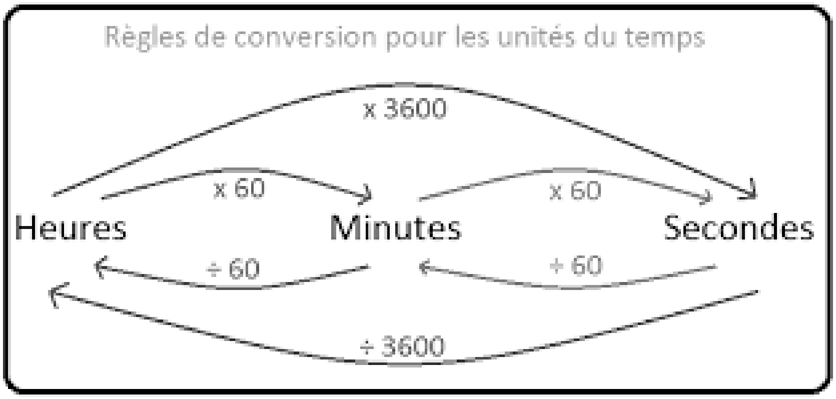
2. On remplace et on simplifie.

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

Chapitre 14

Grandeurs, mesures

I) Durées, horaires



Méthode. Convertir $2,4\,h$ en heures/minutes.

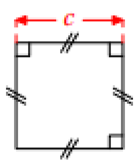
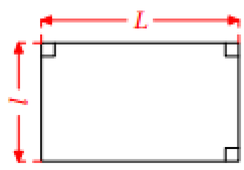
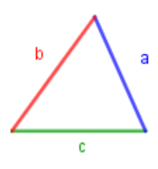
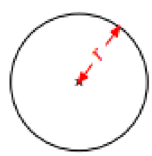
1. On sait que dans 2,4 heures, on a 2 heures entières, donc on ne change rien.
2. Il faut convertir 0,4 heure en minutes. On applique la règle : multiplier par 60.

$$0,4\,h = 0,4 \times 60\,mn = 24\,mn$$

3. On conclut : ainsi, $2,4\,h$correspond à un temps de 2 heures 24 minutes.

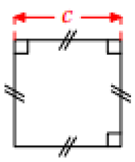
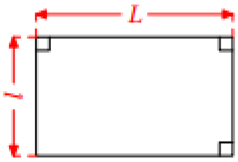
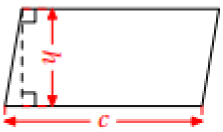
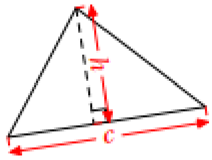
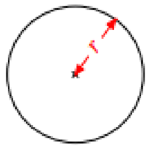
II) Périmètre et aire d'une figure

1. Périmètre

Carré	Rectangle	Triangle	Cercle
			
$4 \times c = 4c$	$2 \times (L + l) = 2 \times L + 2 \times l$	$a + b + c$	$\pi \times r \times r = \pi r^2$

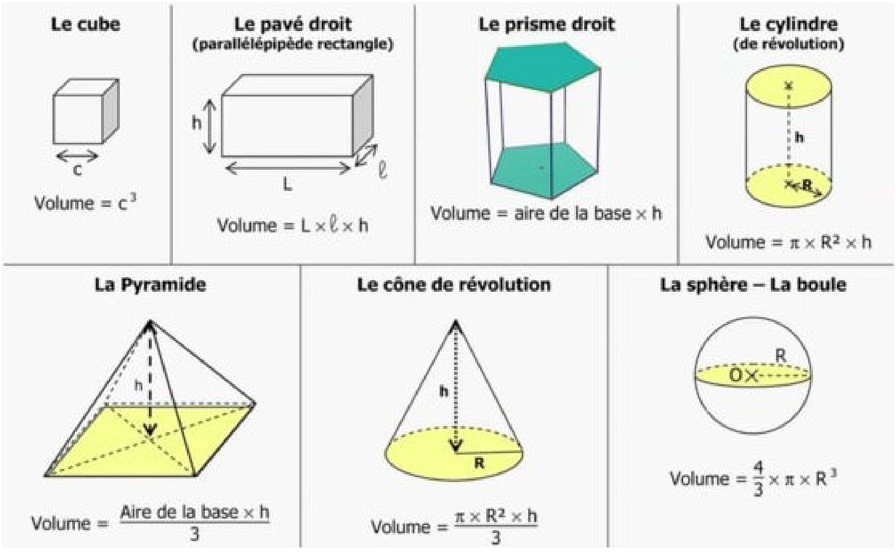
Remarque. Le périmètre d'une figure est la mesure de son contour. Il est donc facile de calculer le périmètre d'un carré, d'un rectangle ou d'un triangle sans connaître la formule. Par contre, il faut apprendre la formule du périmètre du cercle !

2. Aire

Carré	Rectangle	Parallélogramme	Triangle	Disque
				
$c \times c = c^2$	$L \times l$	$c \times h$	$\dfrac{b \times h}{2}$	$\pi \times r \times r = \pi r^2$

III) Volume de solides

1. Formulaire des volumes (rappels)



2. Unités de volume

Définition. Le volume est la mesure de l'intérieur d'un solide.

Remarque.

1. L'unité légale de volume est le mètre cube, noté m^3.
2. Une autre unité est souvent utilisée pour caractériser un volume : le litre, noté L.

Formule.

$$1\,L = 1\,dm^3$$

Méthode. Calculer le volume en litres d'un aquarium de forme d'un pavé droit de longueur $40\,cm$, de largeur $15\,cm$ et de hauteur $2\,dm$.

1. On met toutes les grandeurs dans la même unité, ici le cm : $2\,dm = 20\,cm$.
2. On applique la formule de calcul de volume d'un pavé droit

$$\mathcal{V} = L \times l \times h = 40\,cm \times 15\,cm \times 20\,cm = 12\,000\,cm^3$$

3. On veut un résultat en litres. On sait que $1\,L = 1\,dm^3$. On convertit donc notre résultat en dm^3, puis en L.

$$12\,000\,cm^3 = 12\,dm^3 = 12\,L$$

4. On conclut : l'aquarium a une capacité de contenance de $12\,L$.

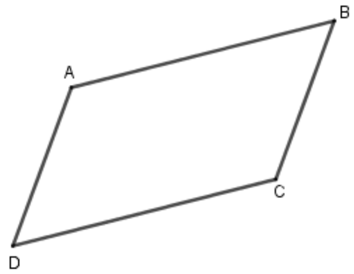
Chapitre 15

Parallélogrammes

I) Généralités

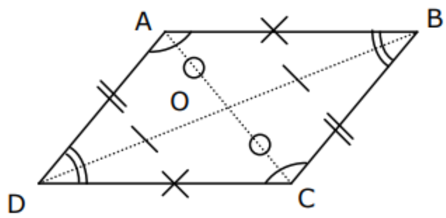
Définition. Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles

Exemple. $ABCD$ est un parallélogramme : ses côtés opposés sont parallèles.

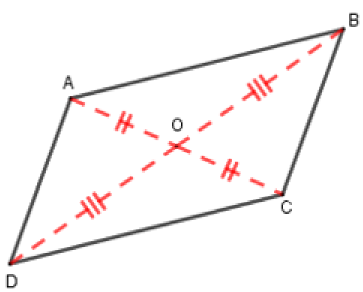
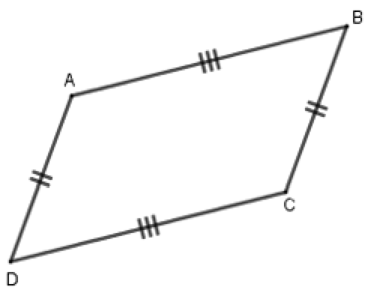
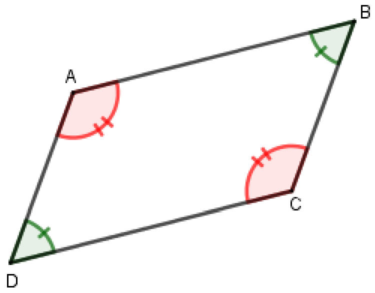


Propriété. Dans un parallélogramme, le point d'intersection O des diagonales est le centre de symétrie du parallélogramme.

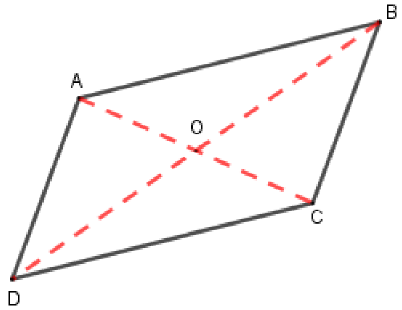
Exemple.



II) Propriétés du parallélogramme

	Propriété 1	**Propriété 2**	**Propriété 3**
Je sais que	ABCD est un parallélogramme	ABCD est un parallélogramme	ABCD est un parallélogramme
Or	**Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu**	**Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors les côtés opposés sont de même mesure**	**Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors les angles opposés sont de même mesure**
Donc	$OA = OB$ et $OB = OD$	$AB = CD \quad et \quad AD = BC$	$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{BCD}$
Illustration			

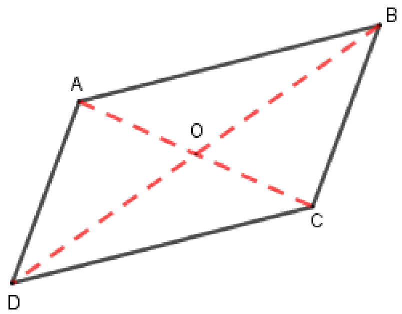
Démonstration de la Propriété 1. On considère le parallélogramme $ABCD$ ci-dessous de centre O.



- **Je sais que** O est le point d'intersection des diagonales et que O est le centre de symétrie du parallélogramme, donc en particulier des segments $[AC]$ et $[BD]$.
- **Or**, le centre de symétrie d'un segment est situé au milieu de ce segment.
- **Donc** O est le milieu de $[AC]$ et aussi le milieu de $[BD]$, autrement dit, les diagonales se coupent au point O, soit en leur milieu.

□

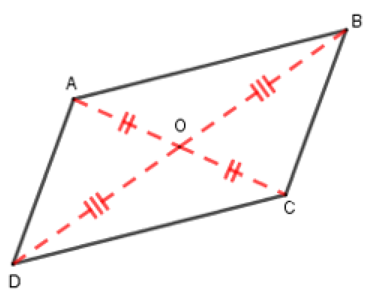
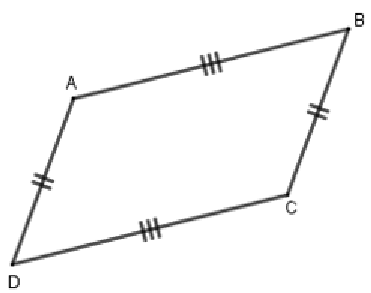
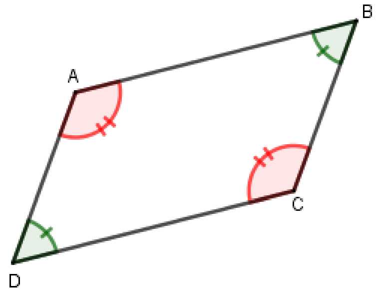
Démonstration de la Propriété 2. On considère le parallélogramme $ABCD$ ci-dessous de centre O.



- **Je sais que** $[AB]$ est l'image de $[CD]$ et $[AD]$ est l'image de $[BC]$ par rapport au centre O.
- **Or**, la symétrie centrale conserve les longueurs des segments.
- **Donc** $AB = CD$ et $BC = AD$, autrement dit, les côtés opposés sont de même longueur.

□

III) Propriétés réciproques

	Propriété 4	**Propriété 5**	**Propriété 6**
Je sais que	• ABCD est un quadrilatère • O est le milieu de [AC] et [BD]	• ABCD est un quadrilatère $AB = CD$ et $AD = BC$	• ABCD est un quadrilatère • $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{BCD}$
Or	**Si un quadrilatère a ses diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme**	**Si un quadrilatère <u>non croisé</u> a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme**	**Si un quadrilatère <u>non croisé</u> a ses angles opposés de même mesure, alors c'est un parallélogramme.**
Donc	ABCD est un parallélogramme	ABCD est un parallélogramme	ABCD est un parallélogramme
Illustration			

Chapitre 16

Addition, soustraction et décomposition de fractions

I) Méthodes de calcul et de décomposition

+ et – de FRACTIONS

Méthode

1. On met les fractions sous le même dénominateur
2. On additionne les numérateurs en gardant le dénominateur commun

Addition de fractions

$$A = \frac{4}{15} + \frac{6}{5}$$

$$A = \frac{4}{15} + \frac{6 \times 3}{5 \times 3}$$

$$A = \frac{4}{15} + \frac{18}{15}$$

$$A = \frac{4 + 18}{15}$$

$$A = \frac{22}{15}$$

« Entier +/- Fraction »

$$\frac{22}{15} = \frac{15+7}{15} = \frac{15}{15} + \frac{7}{15} = 1 + \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{4} = \frac{4+4+3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{16} = \frac{16-5}{16} = \frac{16}{16} - \frac{5}{16} = 1 - \frac{5}{16}$$

Soustraction de fractions

$$B = \frac{3}{4} - \frac{1}{16}$$

$$B = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} - \frac{1}{16}$$

$$B = \frac{12}{16} - \frac{1}{16}$$

$$B = \frac{12 - 1}{16}$$

$$B = \frac{11}{16}$$

II) Encadrement d'une fraction

Méthode (en décomposant). Encadrer la fraction $\frac{19}{5}$ par deux entiers consécutifs.

$$\frac{19}{5} = \frac{5+5+5+4}{5} = 3 + \frac{4}{5}$$

Ainsi,

$$3 < \frac{19}{5} < 4$$

Chapitre 17

Probabilités

I) Vocabulaire

Définition.

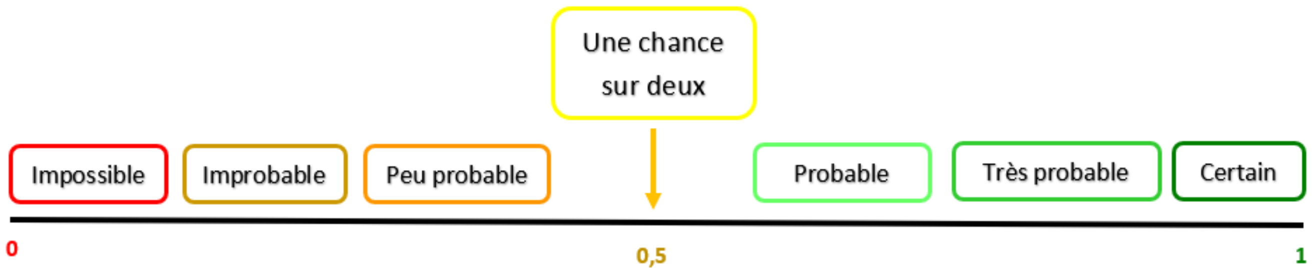
1. Une expérience est aléatoire si elle vérifie trois conditions :
   - On connaît toutes les issues possibles de l'expérience (autrement dit, les résultats)
   - Le résultat n'est pas prévisible
   - On peut reproduire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions
2. Un événement est constitué de plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

Exemple. Sur un jeu de 13 cartes indiscernables, Léo écrit sur chaque carte une lettre du mot « mathématiques » : M A T H E M A T I Q U E S. Ensuite Léo retourne toutes les cartes et demande à son ami Théo d'en choisir une au hasard.

1. Cette expérience est aléatoire, car :
   - On connait les résultats possibles : M, A, T, H, E, I, Q, U, S
   - Le résultat n'est pas prévisible : les cartes sont retournées
   - On peut la reproduire plusieurs fois.
2. Une issue possible de cette expérience est : « Tirer une voyelle ». Il y a plusieurs issues : « A ; E ; I ; U ».

II) Probabilité d'un événement

1. Échelle de probabilités



2. Calcul de probabilité

Pour évaluer les chances qu'un événement se réalise, on peut effectuer un calcul de probabilité avec la formule suivante.

Formule. Le coefficient de proportionnalité s'obtient avec le quotient :

$$"\text{probabilité}=\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}"$$

Exemple. On lance un dé à 6 faces et on considère l'événement : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 5. » Quelle est la probabilité pour que cet événement se réalise ?

Cet événement possède 2 issues possibles sur 6 issues en tout (« 5 » et « 6 »). Il a donc 2 chances sur 6 de se réaliser. La probabilité que cet événement est donc de :

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$