LA FONCTION INVERSE E04

EXERCICE N°1

Une entreprise fabrique des tables de jardin. La production est comprise entre 1 et 30 tables par jour. Toutes les tables fabriquées sont supposées vendues.
Le coût de production, exprimé en euros, de q tables fabriquées est égal à $C(q)=q^2+50q+100$ où q appartient à l'intervalle $[1\ ;\ 30]$.

1) Quel est le coût de production, en euros, de 20 tables ?

2) À chaque quantité q de tables produites, on associe le coût unitaire de production :

$$C_u(q) = \frac{C(q)}{q}$$

2.a) Calculer le coût unitaire de production, en euros, pour 20 tables produites.

2.b) Représenter la fonction C_u sur la calculatrice et déterminer pour quelles quantités de tables produites, le coût unitaire, en euro, est inférieur ou égal à 80.

2.c) Démontrer que, pour tout réel q de l'intervalle $[1\ ;\ 30]$,

$$C_u'(q) = \frac{(q-10)(q+10)}{q^2}$$

2.d) Étudier le signe de $C_u'(q)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 30]$ et dresser le tableau de variation de la fonction C_u.

2.e) Préciser la quantité de tables à fabriquer par jour pour que le coût unitaire soit minimal. Quel est ce coût minimal ?

EXERCICE N°2 Toujours faire attention aux notations

Une entreprise fabrique chaque jour x litres d'un produit chimique, où x appartient à $[1\ ;\ 50]$.
Le coût total journalier de production pour x litres est donné par la fonction C définie sur $[1\ ;\ 50]$ par :

$$C(x)=0{,}5x^2+2x+200\ ,$$

les coûts étant exprimés en centaines d'euros.

1) Le coût moyen de production d'un litre quand on en produit x litres est la fonction C_M définie par $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$, où $x \in [1\ ;\ 50]$.

1.a) Exprimer le coût moyen de production en fonction de x.

1.b) Justifier que pour tout x appartenant à $[1\ ;\ 50]$,

$$C_M'(x) = \frac{0{,}5(x-20)(x+20)}{x^2}$$

1.c) Étudier le signe de $C_M'(x)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 50]$ puis dresser le tableau de variation de la fonction C_M.

1.d) En déduire la quantité de produit chimique à produire pour que le coût moyen soit minimal.

2) Le coût marginal de production, noté C_m pour une quantité produite x, est le supplément de coût total de production engendré par la production d'un litre supplémentaire. On a donc :

$$C_m(x)=C(x+1)-C(x)\ .$$

2.a) Calculer le coût marginal pour une production de 10 litres de produit, c'est-à-dire l'augmentation du coût total de production pour passer de 10 litres à 11 litres.

2.b) En pratique, les économistes assimilent le coût marginal de production à la dérivée du coût total et considèrent donc que $C_m(x)=C'(x)$.
Calculer $C'(x)$ et comparer avec le résultat obtenu à la question précédente.

2.c) Les économistes affirment que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal. Vérifier que $-0{,}5+\sqrt{400{,}25}$ est une solution de l'équation $C_M(x)=C_m(x)$ pour confirmer l'affirmation faite par les économistes.

LA FONCTION INVERSE E04

EXERCICE N°1

Une entreprise fabrique des tables de jardin. La production est comprise entre 1 et 30 tables par jour. Toutes les tables fabriquées sont supposées vendues.
Le coût de production, exprimé en euros, de q tables fabriquées est égal à $C(q)=q^2+50q+100$ où q appartient à l'intervalle $[1\ ;\ 30]$.

1) Quel est le coût de production, en euros, de 20 tables ?

2) À chaque quantité q de tables produites, on associe le coût unitaire de production :

$$C_u(q) = \frac{C(q)}{q}$$

2.a) Calculer le coût unitaire de production, en euros, pour 20 tables produites.

2.b) Représenter la fonction C_u sur la calculatrice et déterminer pour quelles quantités de tables produites, le coût unitaire, en euro, est inférieur ou égal à 80.

2.c) Démontrer que, pour tout réel q de l'intervalle $[1\ ;\ 30]$,

$$C_u'(q) = \frac{(q-10)(q+10)}{q^2}$$

2.d) Étudier le signe de $C_u'(q)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 30]$ et dresser le tableau de variation de la fonction C_u .

2.e) Préciser la quantité de tables à fabriquer par jour pour que le coût unitaire soit minimal. Quel est ce coût minimal ?

EXERCICE N°2 Toujours faire attention aux notations

Une entreprise fabrique chaque jour x litres d'un produit chimique, où x appartient à $[1\ ;\ 50]$.
Le coût total journalier de production pour x litres est donné par la fonction C définie sur $[1\ ;\ 50]$ par :

$$C(x)=0{,}5x^2+2x+200 ,$$

les coûts étant exprimés en centaines d'euros.

1) Le coût moyen de production d'un litre quand on en produit x litres est la fonction C_M définie par $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$, où $x \in [1\ ;\ 50]$.

1.a) Exprimer le coût moyen de production en fonction de x .

1.b) Justifier que pour tout x appartenant à $[1\ ;\ 50]$,

$$C_M'(x) = \frac{0{,}5(x-20)(x+20)}{x^2}$$

1.c) Étudier le signe de $C_M'(x)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 50]$ puis dresser le tableau de variation de la fonction C_M .

1.d) En déduire la quantité de produit chimique à produire pour que le coût moyen soit minimal.

2) Le coût marginal de production, noté C_m pour une quantité produite x , est le supplément de coût total de production engendré par la production d'un litre supplémentaire. On a donc :

$$C_m(x)=C(x+1)-C(x) .$$

2.a) Calculer le coût marginal pour une production de 10 litres de produit, c'est-à-dire l'augmentation du coût total de production pour passer de 10 litres à 11 litres.

2.b) En pratique, les économistes assimilent le coût marginal de production à la dérivée du coût total et considèrent donc que $C_m(x)=C'(x)$.
Calculer $C'(x)$ et comparer avec le résultat obtenu à la question précédente.

2.c) Les économistes affirment que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal. Vérifier que $-0{,}5+\sqrt{400{,}25}$ est une solution de l'équation $C_M(x)=C_m(x)$ pour confirmer l'affirmation faite par les économistes.