LA FONCTION INVERSE A01

Dans tout ce qui suit on utilise la fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

EXERCICE N°1 limite en $+\infty$

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	10	800	10000	50000	400000	1000000
$f(x)$						

2) Vers quel nombre semblent se rapprocher les $f(x)$ quand x prend des valeurs positives de plus en plus grandes ?

3) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} < 0{,}000\ 001$.

ϵ se lit epsilon

4) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} < \epsilon$ où ϵ est un nombre réel positif.

On vient de démontrer que l'on peut rendre $f(x)$ aussi proche de zéro que l'on veut ($0 < f(x) < \epsilon$) en prenant x suffisamment grand ($x > \frac{1}{\epsilon}$).
Autrement dit : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

EXERCICE N°2 limite en $-\infty$

En vous inspirant de l'exercice n°1 , justifiez que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

EXERCICE N°3 limite à droite en zéro.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	0,1	0,05	0,008	0,0004	0,000001
$f(x)$						

2) Vers quel nombre semblent se rapprocher les $f(x)$ quand x prend des valeurs positives de plus en plus petites ?

3) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} > 1\ 000\ 000$.

4) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} > M$ où M est un nombre réel positif.

On vient de démontrer que l'on peut rendre $f(x)$ aussi grand que l'on veut ($f(x) > M$) en prenant x suffisamment proche de la droite de zéro ($0 < x < \epsilon$).
Autrement dit : $\lim\limits_{\substack{x \to +\infty \\ x > 0}} f(x) = +\infty$

EXERCICE N°4 limite à gauche en zéro

En vous inspirant de l'exercice n°3 , justifiez que $\lim\limits_{\substack{x \to +\infty \\ x < 0}} f(x) = -\infty$

LA FONCTION INVERSE A01

Dans tout ce qui suit on utilise la fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

EXERCICE N°1 limite en $+\infty$

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	10	800	10000	50000	400000	1000000
$f(x)$						

2) Vers quel nombre semblent se rapprocher les $f(x)$ quand x prend des valeurs positives de plus en plus grandes ?

3) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} < 0{,}000\ 001$.

ϵ se lit epsilon

4) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} < \epsilon$ où ϵ est un nombre réel positif.

On vient de démontrer que l'on peut rendre $f(x)$ aussi proche de zéro que l'on veut ($0<f(x)<\epsilon$) en prenant x suffisamment grand ($x > \frac{1}{\epsilon}$).
Autrement dit : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

EXERCICE N°2 limite en $-\infty$

En vous inspirant de l'exercice n°1 , justifiez que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

EXERCICE N°3 limite à droite en zéro.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	0,1	0,05	0,008	0,0004	0,000001
$f(x)$						

2) Vers quel nombre semblent se rapprocher les $f(x)$ quand x prend des valeurs positives de plus en plus petites ?

3) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} > 1\ 000\ 000$.

4) Résoudre dans $]0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation suivante : $\frac{1}{x} > M$ où M est un nombre réel positif.

On vient de démontrer que l'on peut rendre $f(x)$ aussi grand que l'on veut ($f(x) > M$) en prenant x suffisamment proche de la droite de zéro ($0 < x < \epsilon$).
Autrement dit : $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty \\ x>0}} f(x)=+\infty$

EXERCICE N°4 limite à gauche en zéro

En vous inspirant de l'exercice n°3 , justifiez que $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty \\ x<0}} f(x)=-\infty$