LES SUITES M03

EXERCICE N°1
CORRIGÉ

Dans un pays, au mois de janvier, les prix ont baissé de $0,9\%$, puis en février de $1,2\%$

Déterminer la baisse mensuelle constante qu'il y aurait dû avoir pendant les deux mois pour obtenir le même résultat à l'issue des deux mois.

EXERCICE N°2
CORRIGÉ

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=2$ et de raison $q=3$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

2) Exprimer pour tout entier n le terme u_n en fonction de n .

3) En déduire les valeurs de u_7 , u_{11} et u_{19} .

EXERCICE N°3
CORRIGÉ

Dans l'exercice n est un entier naturel.
Une population de bactéries augmente de 2% par heure. Le 02 octobre à 10h, elle était de 700 000.
On note u_n la population de bactéries au bout de *n* heures.

1) Expliquer pourquoi la suite (u_n) est géométrique. Préciser son premier terme u_0 et sa raison q .

2) Exprimer u_n en fonction de n .

3) En supposant que le taux d'accroissement se maintienne, estimer la population de bactéries le 02 octobre à 23h.

4) À l'aide de la calculatrice, estimer quand la population aura atteint le million.

EXERCICE N°4
CORRIGÉ

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=\dfrac{3}{14}$ et de raison $q=7$.

Déterminer $S_8=\sum_{k=0}^{8} u_k = u_0+u_1+\ldots+u_8$ à l'unité près.

LES SUITES M03C

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)*

RETOUR À L'EXERCICE

Dans un pays, au mois de janvier, les prix ont baissé de $0{,}9\,\%$, puis en février de $1{,}2\,\%$

Déterminer la baisse mensuelle constante qu'il y aurait dû avoir pendant les deux mois pour obtenir le même résultat à l'issue des deux mois.

Les baisses de 0,9 % et de 1,2 % correspondent respectivement à des coefficients multiplicateurs $CM_1 = 0{,}991$ et $CM_2 = 0{,}988$

Le coefficient multiplicateur moyen s'obtient en faisant la moyenne géométrique de ces nombres :

$CM_m = \sqrt{0{,}991 \times 0{,}988} \approx 0{,}9791$

ce qui correspond à un taux moyen d'environ $-0{,}0209$

On en déduit qu'il aurait fallu $\boxed{\text{une baisse mensuelle constante d'environ } 2{,}09\ \%}$

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)*

RETOUR À L'EXERCICE

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0=2$ et de raison $q=3$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

- $u_1 = u_0\times 3 = 2\times 3$
  $\boxed{u_1 = 6}$
- $u_2 = u_1\times 3 = 6\times 3$
  $\boxed{u_2 = 18}$
- $u_3 = u_2\times 3 = 18\times 3$
  $\boxed{u_3 = 54}$

On aurait pu exprimer u_n en fonction de n et utiliser la formule, mais ce n'est pas l'esprit de l'exercice. (Cela dit, vous ne perdrez pas de points si vous le faites)

2) Exprimer pour tout entier n le terme u_n en fonction de n .

$u_n = u_0\times q^n$

$\boxed{u_n = 2\times 3^n}$

Il suffit de regarder le cours (si on ne le connaît pas déjà) pour savoir quelle formule choisir.
On pense aussi à remplacer u_0 et q par leur valeur car la consigne dit « en fonction de *n* », et pas « en fonction de u_0 , de q et de *n* ».

3) En déduire les valeurs de u_7 , u_{11} et u_{19} .

Là, on utilise bien sûr la formule obtenue à la question précédente.

- $u_7 = 2\times 3^7$
  $\boxed{u_7 = 4\,374}$
- $u_{11} = 2\times 3^{11}$
  $\boxed{u_{11} = 354\,294}$
- $u_{19} = 2\times 3^{19}$
  $\boxed{u_{19} = 2\,324\,522\,934}$

Les suites M03C

EXERCICE N°3 (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE

Dans l'exercice n est un entier naturel.
Une population de bactéries augmente de 2% par heure. Le 02 octobre à 10h, elle était de 700 000.
On note u_n la population de bactéries au bout de n heures.

1) Expliquer pourquoi la suite (u_n) est géométrique. Préciser son premier terme u_0 et sa raison q .

Augmenter une quantité de 2 % revient à la multiplier par 1,02. Donc pour passer d'une heure à la suivante on multiplie toujours pas 1,02.
La suite u est donc **géométrique** de $\boxed{\text{raison } q = 1{,}02}$ et de premier terme $\boxed{u_0 = 700\,000}$

Même si cela n'est pas demandé, précisez toujours la raison (et donnez lui un nom) ainsi que le terme initial. Cela vous aidera pour les questions suivantes.

2) Exprimer u_n en fonction de n .

$u_n = u_0 \times q^n$

$\boxed{u_n = 700\,000 \times 1{,}02^n}$

Il suffit de regarder le cours (si on ne le connaît pas déjà) pour savoir quelle formule choisir.
On pense aussi à remplacer u_0 et q par leur valeur car la consigne dit « en fonction de n », et pas « en fonction de u_0 , de q et de n ».

3) En supposant que le taux d'accroissement se maintienne, estimer la population de bactéries le 02 octobre à 23h.

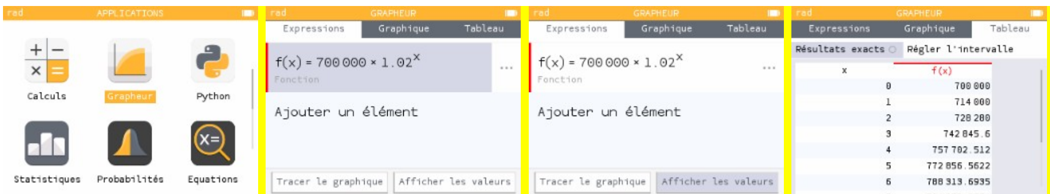
Le 02 octobre à 23h correspond au 02 octobre 10h + 13h.
Il s'agit donc de calculer u_{13} .

$u_{13} = 700\,000 \times 1{,}02^{13}$

$\boxed{u_{13} \approx 905\,525}$

On prend l'initiative d'arrondir à l'unité car il y peu d'intérêt ici à découper les bactéries…
La population de bactéries à 23h, le 02 octobre sera d' $\boxed{\text{environ } 905\,525}$.
On n'oublie pas de faire une phrase réponse.

4) À l'aide de la calculatrice, estimer quand la population aura atteint le million.



Avec la calculatrice $u_{18} \approx 999\,772$ et $u_{19} \approx 1\,019\,968$

le 02 octobre 10h + 19h nous amène au 03 octobre 5h (29h-24h = 5h)

On en déduit que la population aura atteint le million $\boxed{\text{le 03 octobre à } 5\text{h}}$.

EXERCICE N°4 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = \dfrac{3}{14}$ et de raison $q = 7$.

Déterminer $S_8 = \sum_{k=0}^{8} u_k = u_0 + u_1 + \ldots + u_8$ à l'unité près.

$$S_8 = \frac{3}{14} \times \frac{1-q^9}{1-q} = \frac{3}{14} \times \frac{1-7^9}{1-7}$$

$$\boxed{S_8 \approx 1\,441\,200}$$