PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

I Les définitions

On considère une expérience aléatoire dont l'univers, noté Ω, est fini et à partir duquel on définit une loi de probabilité.
Soit A et B deux événements de l'univers Ω.

Définition n°1. ***Événement contraire***

On note $\overline{A}$ (et on lit « A barre ») l'ensemble des événements élémentaires qui ne sont pas contenus dans A.

	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

Les cases coloriées correspondent à $\overline{A}$

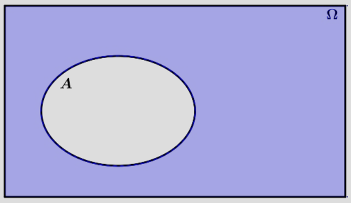

Diagramme de Venn illustrant $\overline{A}$

Définition n°2. ***Intersection de deux événements***

On note $A \cap B$ (et on lit « A inter B ») l'ensemble des événements élémentaires contenus à la fois dans A et B

	B	$\overline{B}$
A	$A \cap B$	
$\overline{A}$		

La case coloriée correspond à $A \cap B$

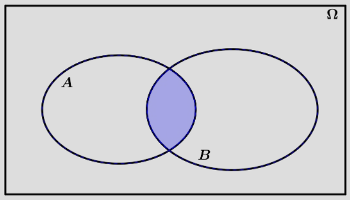

Diagramme de Venn illustrant $A \cap B$

Définition n°3. ***Union de deux événements***

On note $A \cup B$ (et on lit « A union B ») l'ensemble des événements élémentaires contenus dans A ou B.

	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

Les cases coloriées correspondent à $A \cup B$

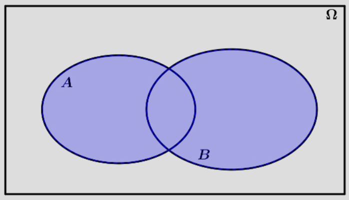

Diagramme de Venn illustrant $A \cup B$

Remarque n°1.

Attention, c'est un « ou inclusif » : l'événement peut appartenir à A, à B mais aussi à A et B en même temps

Définition n°4. ***Probabilité conditionnelle***

On appelle **probabilité de B sachant A** et on note $p_A(B)$ le nombre défini par :

$$\boxed{p_A(B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(A)}}$$

Propriété n°1.

$$\boxed{p_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

preuve :

$$\frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\dfrac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)}}{\dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)}} = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)} \times \frac{Card(\Omega)}{Card(A)} = \frac{Card(A \cap B)}{Card(A)} = p_A(B)$$

Remarque n°2. ***rappel***

$Card(A)$ est le nombre d'événements élémentaires contenus dans A

II Calculer et interpréter une probabilité conditionnelle.

Méthode n°1.

Un magasin de sport à la montagne dispose de 400 matériaux de glisse. Il propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée.
Son matériel est constitué de 45 % de skis de piste, 36 % de snowboards et le reste de skis de randonnée.
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée ont été abîmés pendant la journée.
Chaque paire de ski et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise leur suivi.

On considère les événements suivants :

- P : « La fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;
- S : « La fiche est celle d'un snowboard » ;
- R : « La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;
- A : « Le matériel a été abîmé et nécessite une réparation » .

On représente la situation sous la forme d'un tableau :

Matériel / Résultat du contrôle	P	S	R	Total
A	90	96	19	205
$\overline{A}$	90	48	57	195
Total	180	144	76	400

$$p_A(R) = \frac{Card(A \cap R)}{Card(A)} = \frac{19}{205} \approx 0{,}0927$$

Sachant que le matériau a été endommagé, il y a environ 9,27 % de chance que ce soit des skis de randonnée.

$$p_R(A) = \frac{Card(A \cap R)}{Card(R)} = \frac{19}{76} = 0{,}25$$

Il y a une chance sur quatre qu'un ski de randonné soit endommagé

$$p_{\overline{A}}(S) = \frac{Card(\overline{A} \cap R)}{Card(\overline{A})} = \frac{48}{195} \approx 0{,}2462$$

On tire au hasard un matériau qui n'a pas été endommagé, la probabilité que ce soit un snowboard est d'environ 24,62 %.