SUITES NUMÉRIQUES M01

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

Soit u la suite définie par: $u(n)=1+\frac{2}{n}$ pour $n\geqslant 1$.

1) Calculer les 4 premiers termes, arrondis à deux décimales, et les représenter graphiquement.

2) Préciser si la suite est définie explicitement ou par récurrence.

3) Conjecturer son sens de variation.

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Soit u la suite définie par $u(n)=n^2+2n+3$ pour $n\geqslant 0$

1) Calculer les cinq premiers termes de la suite u .

2) u est-elle définie explicitement ou par récurrence?

3) Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite u .

4) Conjecturer graphiquement le sens de variation de la suite u .

5) Démontrer cette conjecture.

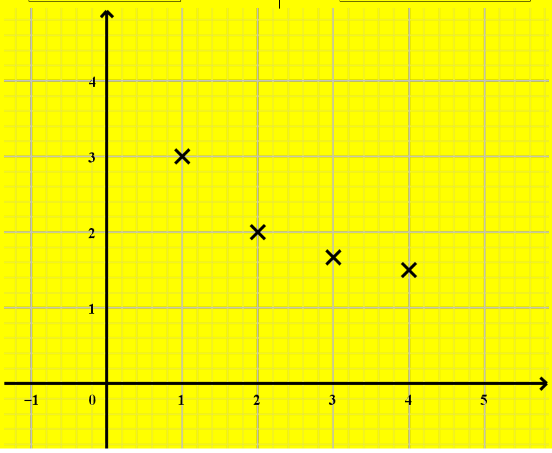
EXERCICE N°1 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 1

Soit u la suite définie par: $u(n)=1+\frac{2}{n}$ pour $n\geqslant 1$.

1) Calculer les 4 premiers termes, arrondis à deux décimales, et les représenter graphiquement.

$u(1) = 1+\frac{2}{1}$	$u(2) = 1+\frac{2}{2}$	$u(3) = 1+\frac{2}{3}$	$u(4) = 1+\frac{2}{4}$
$\boxed{u(1) = 3}$	$\boxed{u(2) = 2}$	$\boxed{u(3) \approx 1{,}67}$	$\boxed{u(1) = 1{,}5}$



2) Préciser si la suite est définie explicitement ou par récurrence.

Cette suite est définie $\boxed{\text{explicitement}}$.

Car on peut calculer le terme d'indice n directement.
Par exemple, pour calculer $u(4)$, on a pas besoin de $u(3)$.

3) Conjecturer son sens de variation.

Graphiquement, $\boxed{\text{la suite semble décroissante}}$.

On demande bien une conjecture pas une démonstration.
On annonce quelque chose sans avoir de preuve, il faut donc utiliser « semble » plutôt que « est ».

SUITES NUMÉRIQUES M01C

EXERCICE N°2 (Le corrigé) RETOUR À L'EXERCICE 2

Soit u la suite définie par $u(n)=n^2+2n+3$ pour $n\geqslant 0$

1) Calculer les cinq premiers termes de la suite u .

$u(0) = 0^2+2\times 0+3$ $\boxed{u(0) = 3}$	$u(1) = 1^2+2\times 1+3$ $\boxed{u(1) = 6}$	$u(2) = 2^2+2\times 2+3$ $\boxed{u(2) = 11}$
$u(3) = 3^2+2\times 3+3$ $\boxed{u(4) = 18}$	$u(4) = 4^2+2\times 4+3$ $\boxed{u(4) = 27}$	

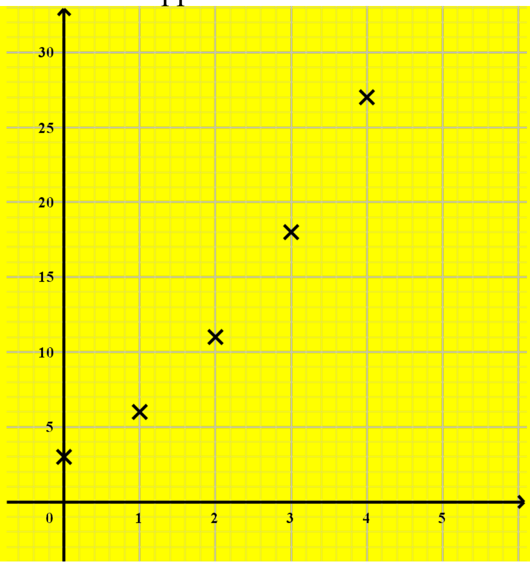
Comme on commence à $u(0)$ le cinquième est $u(4)$.

2) u est-elle définie explicitement ou par récurrence?

Cette suite est définie $\boxed{\text{explicitement}}$.

Car on peut calculer le terme d'indice n directement.
Par exemple, pour calculer $u(4)$, on a pas besoin de $u(3)$.

3) Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite u .



4) Conjecturer graphiquement le sens de variation de la suite u .

Graphiquement, $\boxed{\text{la suite semble croissante}}$.

5) Démontrer cette conjecture.

Il s'agit de démontrer que quelque soit le terme que l'on choisit, le suivant est plus grand.

Soit $n \in \mathbb{N}$, les expressions suivantes sont égales :

On prend un indice, n'importe lequel et donc on choisit un terme de la suite : le terme $u(n)$

$u(n+1) - u(n)$

On compare le terme choisi avec le suivant en faisant la différence. Par exemple, si le résultat est positif, alors cela signifie que $u(n+1) > u(n)$.

$(n+1)^2+2(n+1)+3 - [n^2+2n+3]$
$n^2+2n+1+2n+2+3-n^2-2n-3$
$n^2+2n+1+2n+2+3-n^2-2n-3$
$2n+2$

On a développé et réduit l'expression afin de pouvoir la comparer à 0.

Or : n est un naturel donc positif
Ainsi $2n+2 > 0$

On vient de montrer que $u(n+1) - u(n) > 0$ et donc que $u(n+1) > u(n)$

Par conséquent :
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$u(n+1) > u(n)$
ce qui signifie que la u est strictement croissante.