VARIABLES ALÉATOIRES M06

EXERCICE N°1 Comprendre un graphique

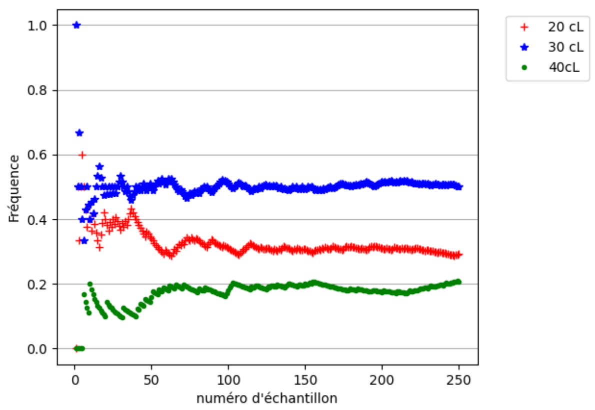
VOIR LE CORRIGÉ

inspiré du sesamath 1ᵉʳ spé 75 p 316

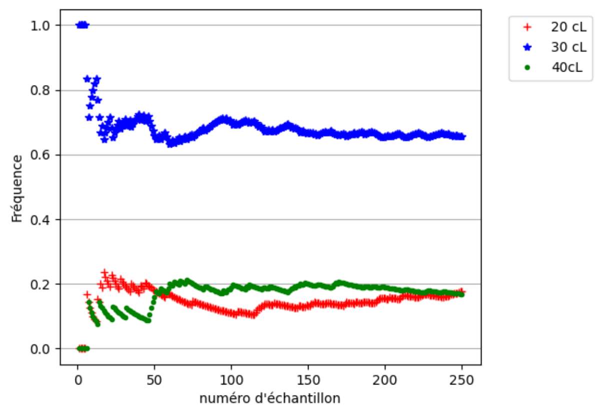
Dans le bar Aléat', lorsque l'on commande un jus d'orange, une machine donne au hasard un nombre entier aléatoire entre 1 et 100. Si celui-ci est compris entre 1 et 20 (compris), le serveur nous sert 20 cL de jus d'orange, si le nombre est compris entre 21 et 70 (compris), le serveur nous sert 30 cL. Sinon, le serveur nous sert 40 cL.
Suzalie a analysé un échantillon des valeurs des contenances servies à 250 clients. Elle a tracé les nuages de points de coordonnées $\left(i\ ;f_p(i)\right)$ où i est le rang du client et $f_p(i)$ la fréquence, pour chacune des contenances p, entre le premier et le i-ième client.

1) Parmi chacun des graphiques ci-dessous, quel est celui que pourrait avoir obtenu Suzalie ?

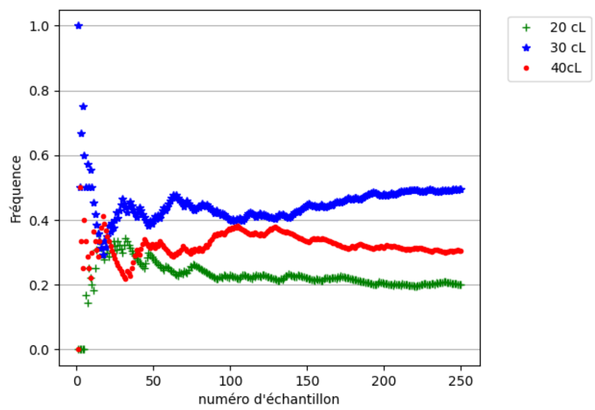
Graphique n°1



Graphique n°2



Graphique n°3



2) Un client se présente un grand nombre de fois au bar. Quelle est la contenance moyenne à laquelle il peut s'attendre dans son verre ?

EXERCICE N°2 Première fois

VOIR LE CORRIGÉ

Un sac contient quatre bougies dont deux sont rouges et deux sont vertes. Philobert sort une à une les quatre bougies. On note X la variable aléatoire donnant le rang de la première bougie rouge sortie. Donner la loi de probabilité de X.

EXERCICE N°3 Livraison

VOIR LE CORRIGÉ

Un livreur a dit à Nicéphore qu'il passerait entre 8 h et 12 h demain matin et qu'il peut arriver à n'importe quel moment.
Soit X le temps d'attente en minute de Nicéphore à partir de 8 h jusqu'à l'arrivée du livreur.

1) Dans quel intervalle se trouve les valeurs prises par X ?

2) Décrire avec une phrase l'évènement $\{60 \leqslant X \leqslant 150\}$.

3) Quelle est la probabilité de $\{60 \leqslant X \leqslant 150\}$?

4) Selon-vous, quelle est la probabilité que le livreur passe exactement à 9h30 ?

VARIABLES ALÉATOIRES M06C

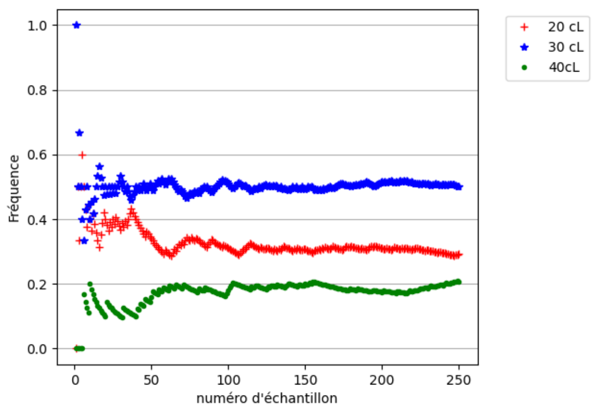
EXERCICE N°1 Comprendre un graphique RETOUR À L'EXERCICE

inspiré du sesamath 1er spé 75 p 316

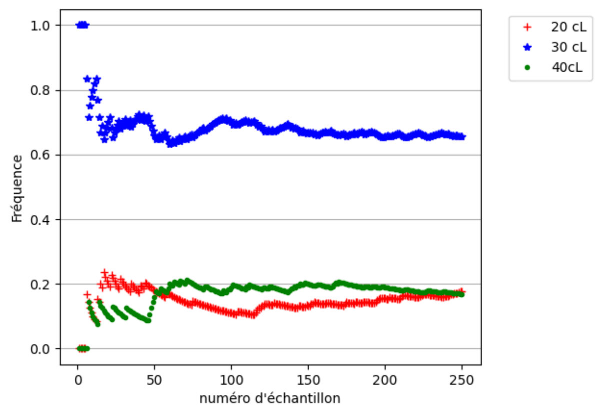
Dans le bar Aléat', lorsque l'on commande un jus d'orange, une machine donne au hasard un nombre entier aléatoire entre 1 et 100. Si celui-ci est compris entre 1 et 20 (compris), le serveur nous sert 20 cL de jus d'orange, si le nombre est compris entre 21 et 70 (compris), le serveur nous sert 30 cL. Sinon, le serveur nous sert 40 cL.
Suzalie a analysé un échantillon des valeurs des contenances servies à 250 clients. Elle a tracé les nuages de points de coordonnées $\left(i\ ;f_p(i)\right)$ où i est le rang du client et $f_p(i)$ la fréquence, pour chacune des contenances p, entre le premier et le i-ième client.

1) Parmi chacun des graphiques ci-dessous, quel est celui que pourrait avoir obtenu Suzalie ?

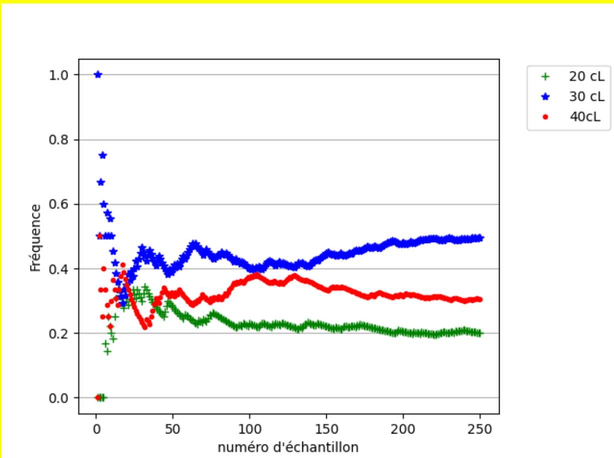
Graphique n°1



Graphique n°2



Graphique n°3



Décryptons l'énoncé :
On tire au hasard un entier entre 1 et 100 : Il y a donc 100 cas possibles et chacun de ces cas a la même chance de sortie : $\dfrac{1}{100}$.
Autrement dit $\Omega=\{1\ ;\ 2\ ;\ \ldots\ ;\ 100\}$ et les probabilités sont équitablement distribuées…
Notons X la variable aléatoire donnant le nombre de cL dans le verre.

▪ Les entiers allant de 1 à 20 sont au nombre de 20, on en déduit que la probabilité d'obtenir 20 cL vaut $20\times\dfrac{1}{100}=0{,}2$. Autrement dit : $P(X=20)=0{,}2$

▪ Les entiers allant de 21 à 70 sont au nombre de 50, on en déduit que la probabilité d'obtenir 30 cL vaut $50\times\dfrac{1}{100}=0{,}5$. Autrement dit : $P(X=30)=0{,}5$

▪ Les entiers allant de 71 à 100 sont au nombre de 30, on en déduit que la probabilité d'obtenir 40 cL vaut $30\times\dfrac{1}{100}=0{,}3$. Autrement dit : $P(X=40)=0{,}3$

▪ La loi des grands nombres, nous dit que la fréquence tend vers la probabilité. On cherche donc un graphique dans lequel : la fréquence des 20 cL se « stabilise » vers 0,2, celle des 30 cL se « stabilise » vers 0,5 et celle des 40 cL vers 0,3.

Notons X la variable aléatoire donnant le nombre de cL de jus servi. La loi de X est alors donnée par le tableau suivant :

x_i	20	30	40	Total
$P(X = x_i)$	0,2	0,5	0,3	1

C'est donc le graphique n°3 qui peut représenter les résultats obtenus par Suzalie.

2) Un client se présente un grand nombre de fois au bar. Quelle est la contenance moyenne à laquelle il peut s'attendre dans son verre ?

Il s'agit de calculer $E(X)$

d'où l'intérêt de bien gérer sa rédaction…

$$\begin{aligned} E(X) &= 0{,}2\times 20+0{,}5\times 30+0{,}3\times 40 \\ &= 4+15+12 \end{aligned}$$

$$E(X) = 31$$

Le client peut s'attendre à une contenance moyenne de 31 cL

Vous n'êtes bien sûr pas obligé de parler d'une variable aléatoire X , mais la rédaction sera peut-être moins évidente...

Voici les scripts ayant été utilisé pour générer les graphiques :

Graphique n°1 , Graphique n°2 , Graphique n°3

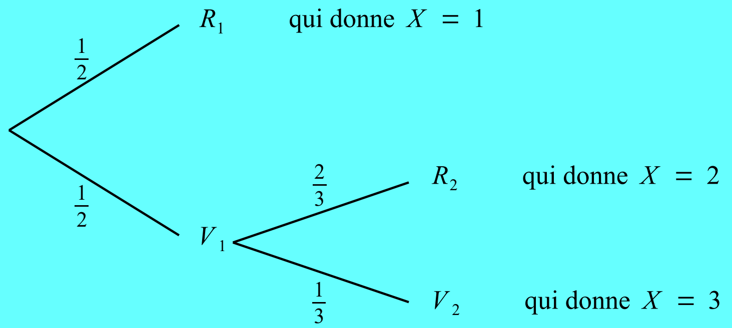
Vous pouvez les télécharger en cliquant dessus puis les ouvrir et les exécuter dans Basthon

(Ces scripts ne sont pas faits pour être efficaces mais pédagogiques)

EXERCICE N°2 Première fois RETOUR À L'EXERCICE

Un sac contient quatre bougies dont deux sont rouges et deux sont vertes. Philobert sort une à une les quatre bougies. On note X la variable aléatoire donnant le rang de la première bougie rouge sortie. Donner la loi de probabilité de X.

Le mieux est de faire un arbre :



$P(X = 1) = \frac{1}{2}$; $P(X = 2) = \frac{1}{2}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$; $P(X = 3) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

x_i	1	2	3	Total
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

EXERCICE N°3 Livraison (pour la suite)

RETOUR À L'EXERCICE

Un livreur a dit à Nicéphore qu'il passerait entre 8 h et 12 h demain matin et qu'il peut arriver à n'importe quel moment.

Soit X le temps d'attente en minute de Nicéphore à partir de 8 h jusqu'à l'arrivée du livreur.

1) Dans quel intervalle se trouve les valeurs prises par X ?

$\boxed{X \in [0\ ;\ 240]}$

2) Décrire avec une phrase l'évènement $\{60 \leqslant X \leqslant 150\}$.

$\{60 \leqslant X \leqslant 150\}$: $\boxed{\text{Nicéphore attend entre 60 minutes et 150 minutes}}$.

3) Quelle est la probabilité de $\{60 \leqslant X \leqslant 150\}$?

$$P(\{60 \leqslant X \leqslant 150\}) = \frac{150-60}{240} = \frac{90}{240} = \frac{3}{8}$$

$$\boxed{P(\{60 \leqslant X \leqslant 150\}) = \frac{3}{8}}$$

4) Selon-vous, quelle est la probabilité que le livreur passe exactement à 9h30 ?

$\boxed{P(\{X = 90\}) = 0}$

C'est quoi cette arnaque ? !

Nous avons travaillé tout le chapitre sur des variables aléatoires **discrètes**. C'est à dire, ne pouvant prendre qu'**un nombre fini de valeurs distinctes**.

Or ici, $X \in [0\ ;\ 240]$ signifie que X peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 240. Il y a donc une infinité de valeurs possibles. On comprend bien qu'une valeur parmi une infinité ne peut pas avoir une grande probabilité de tomber…

Pour appréhender ce nouveau problème, vous découvrirez les variables aléatoires **continues**...