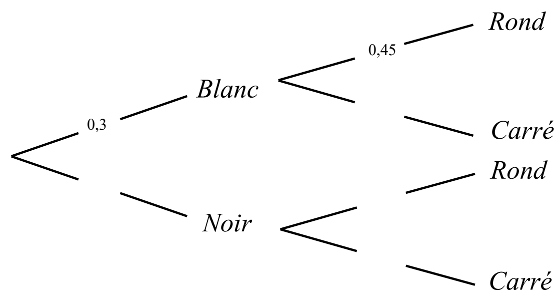
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES M05

EXERCICE N°1 Indépendance : arbre et tableau
VOIR LE CORRIGÉ

On donne ci-contre un arbre incomplet représentant une succession de deux épreuves indépendantes.

1) Recopier et compléter cet arbre.

2) Dresser un tableau représentant cette expérience aléatoire.



EXERCICE N°2 Justifier l'indépendance : moins immédiat
VOIR LE CORRIGÉ

Justin vérifie sa boîte à lettres tous les soirs et la probabilité qu'il y ait du courrier est 0,47. On admet que la présence de courrier ou non dans sa boîte à lettres un soir n'a pas d'influence sur celle du soir suivant.

Aide au calcul
$47^2 = 2209$
$53^2 = 2809$
$47 \times 53 = 2491$

1) Pourquoi peut-on penser que la répétition de cette épreuve deux soirs consécutifs est une succession de deux épreuves indépendantes ?
2) Représenter cette succession de deux épreuves indépendantes par un arbre.
3) Représenter cette succession de deux épreuves indépendantes par un tableau à double entrée.

EXERCICE N°3 Utiliser l'indépendance
VOIR LE CORRIGÉ

Chez un boulanger, trois clients sur dix achètent des viennoiseries. Deux clients se présentent et commandent de manière indépendante. On note V_1 (respectivement V_2) l'événement « le premier (respectivement le second) client achète des viennoiseries ».
1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2) Calculer la probabilité des événements suivants :
2.a) Les deux clients ont acheté des viennoiseries.
2.b) Aucun des deux clients n'a acheté de viennoiseries.
2.c) Un seul des deux clients a acheté des viennoiseries.

EXERCICE N°4 Dépendance au tabac
VOIR LE CORRIGÉ

Une étude de l'Agence de santé publique montre qu'environ 27 % de la population adulte (15-75 ans) est dépendante du tabac. On choisit au hasard et de manière indépendante deux personnes dans la population adulte. Pour chacune d'elles, on note D_1 (respectivement D_2) l'événement « la première (respectivement la seconde) personne est dépendante du tabac ».

Aide au calcul
$27^2 = 729$
$73^2 = 5329$
$27 \times 73 = 1971$

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2) Calculer la probabilité que les deux personnes soient dépendantes au tabac.
3) Calculer la probabilité qu'aucune des deux personnes ne soit dépendante du tabac.

EXERCICE N°5 Au concert
VOIR LE CORRIGÉ

Le tableau ci-dessous indique les différentes catégories de places vendues pour assister à un concert.

Catégorie A	Catégorie B	Catégorie C
3 000 places assises proches de la scène	4 200 places assises éloignées de la scène	4 800 places dans la fosse debout

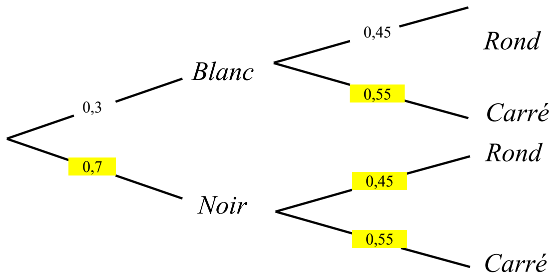
1) On choisit au hasard un spectateur.
Calculer les probabilités que le spectateur soit en catégorie A, en catégorie B puis en catégorie C.
On choisit au hasard deux spectateurs. On assimile ces choix à deux tirages successifs avec remise.
2) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
3) Calculer la probabilité que :
3.a) les deux spectateurs soient dans la fosse ;
3.b) un seul des deux spectateurs soit dans la fosse.

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES M05C

EXERCICE N°1 Indépendance : arbre et tableau

RETOUR À L'EXERCICE

On donne ci-contre un arbre incomplet représentant une succession de deux épreuves indépendantes.



1) Recopier et compléter cet arbre.

2) Dresser un tableau représentant cette expérience aléatoire.

Épreuve 1 / Épreuve 2	*Blanc*	*Noir*	Total
Rond	$\underbrace{0{,}135}_{0{,}3\times 0{,}45}$	$\underbrace{0{,}315}_{0{,}7\times 0{,}45}$	0,45
Carré	$\underbrace{0{,}165}_{0{,}3\times 0{,}55}$	$\underbrace{0{,}385}_{0{,}7\times 0{,}55}$	0,55
Total	0,3	0,7	1

EXERCICE N°2 *Justifier l'indépendance : moins immédiat* RETOUR À L'EXERCICE

Justin vérifie sa boîte à lettres tous les soirs et la probabilité qu'il y ait du courrier est 0,47. On admet que la présence de courrier ou non dans sa boîte à lettres un soir n'a pas d'influence sur celle du soir suivant.

1) Pourquoi peut-on penser que la répétition de cette épreuve deux soirs consécutifs est une succession de deux épreuves indépendantes ?

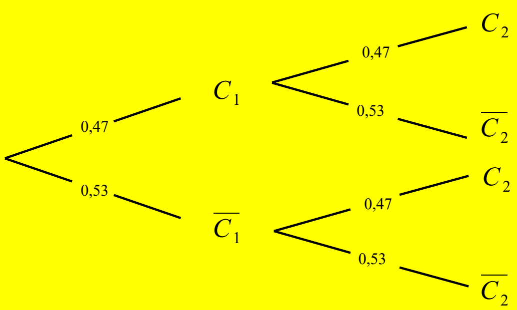
A priori, le fait de recevoir un courrier un jour n'influence pas le fait d'en recevoir un le lendemain. On peut donc considérer qu'il s'agit d' succession de deux épreuves indépendantes.

2) Représenter cette succession de deux épreuves indépendantes par un arbre.

Notons :

C_1 l'événement : « le premier soir, il y a un courrier »

C_2 l'événement : « le second soir, il y a un courrier »



3) Représenter cette succession de deux épreuves indépendantes par un tableau à double entrée.

Épreuve 2 \ Épreuve 1	C_1	$\overline{C_1}$	Total
C_2	$\underbrace{0{,}2209}_{0{,}47\times0{,}47}$	$\underbrace{0{,}2491}_{0{,}53\times0{,}47}$	0,47
$\overline{C_2}$	$\underbrace{0{,}2491}_{0{,}47\times0{,}53}$	$\underbrace{0{,}2809}_{0{,}53\times0{,}53}$	0,53
Total	0,47	0,53	1

Aide au calcul

$47^2 = 2209$

$53^2 = 2809$

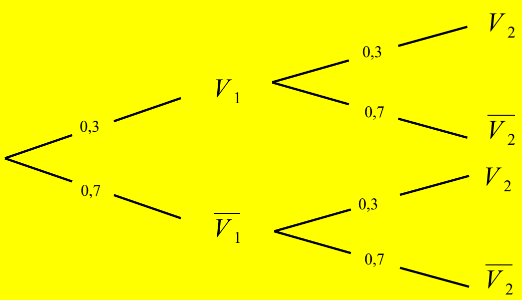
$47\times53 = 2491$

EXERCICE N°3 Utiliser l'indépendance

RETOUR À L'EXERCICE

Chez un boulanger, trois clients sur dix achètent des viennoiseries. Deux clients se présentent et commandent de manière indépendante. On note V_1 (respectivement V_2) l'événement « le premier (respectivement le second) client achète des viennoiseries ».

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.



2) Calculer la probabilité des événements suivants :

2.a) Les deux clients ont acheté des viennoiseries.

$P(V_1 \cap V_2) = 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}09$

$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } 0{,}09}$

2.b) Aucun des deux clients n'a acheté de viennoiseries.

$P(\overline{V_1} \cap \overline{V_2}) = 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}49$

$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } 0{,}09}$

2.c) Un seul des deux clients a acheté des viennoiseries.

$P(\overline{V_1} \cap V_2) + P(V_1 \cap \overline{V_2}) = 0{,}7 \times 0{,}3 + 0{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}42$

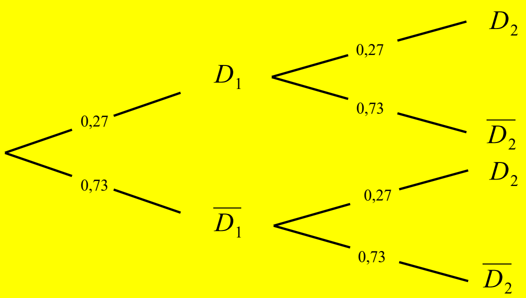
$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } 0{,}42}$

EXERCICE N°4 *Dépendance au tabac*

RETOUR À L'EXERCICE

Une étude de l'Agence de santé publique montre qu'environ 27 % de la population adulte (15-75 ans) est dépendante du tabac. On choisit au hasard et de manière indépendante deux personnes dans la population adulte. Pour chacune d'elles, on note D_1 (respectivement D_2) l'événement « la première (respectivement la seconde) personne est dépendante du tabac ».

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.



2) Calculer la probabilité que les deux personnes soient dépendantes au tabac.

$P(D_1 \cap D_2) = 0{,}27 \times 0{,}27 = 0{,}729$

$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } 0{,}729}$

3) Calculer la probabilité qu'aucune des deux personnes ne soit dépendante du tabac.

$P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) = 0{,}73 \times 0{,}73 = 0{,}5329$

$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } 0{,}5329}$

Aide au calcul
$27^2 = 729$
$73^2 = 5329$
$27 \times 73 = 1971$

EXERCICE N°5 Au concert

RETOUR À L'EXERCICE

Le tableau ci-dessous indique les différentes catégories de places vendues pour assister à un concert.

Catégorie A	**Catégorie B**	**Catégorie C**
3 000 places assises proches de la scène	4 200 places assises éloignées de la scène	4 800 places dans la fosse debout

1) On choisit au hasard un spectateur.

Calculer les probabilités que le spectateur soit en catégorie A, en catégorie B puis en catégorie C.

$P(A) = \dfrac{3000}{3000+4200+4800} = \dfrac{3000}{12000} = \dfrac{1}{4}$, ainsi $\boxed{P(A) = \dfrac{1}{4}}$.

$P(B) = \dfrac{4200}{12000} = \dfrac{42}{120} = \dfrac{7}{20}$, ainsi $\boxed{P(B) = \dfrac{7}{20}}$.

$P(C) = \dfrac{4800}{12000} = \dfrac{48}{120} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$, ainsi $\boxed{P(C) = \dfrac{2}{5}}$.

On choisit au hasard deux spectateurs. On assimile ces choix à deux tirages successifs avec remise.

2) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.

Notons

A_1 l'événement : « le premier spectateur, est en catégorie A »

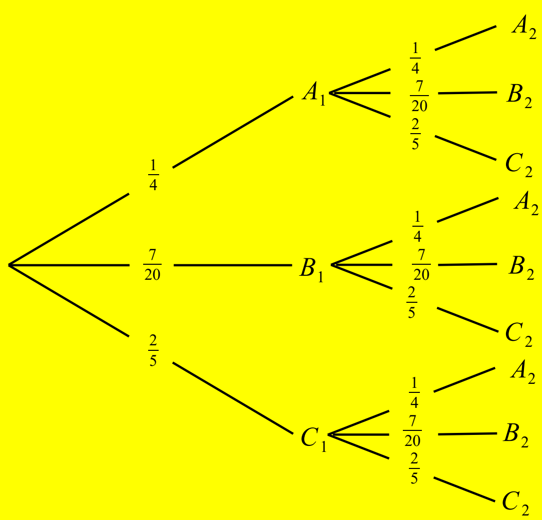
B_1 l'événement : « le premier spectateur, est en catégorie B »

C_1 l'événement : « le premier spectateur, est en catégorie C »

A_2 l'événement : « le premier spectateur, est en catégorie A »

B_2 l'événement : « le premier spectateur, est en catégorie B »

C_2 l'événement : « le premier spectateur, est en catégorie C »



3) Calculer la probabilité que :

3.a) les deux spectateurs soient dans la fosse ;

$P(C_1 \cap C_2) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{25}$

$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } \dfrac{4}{25}}$

3.b) un seul des deux spectateurs soit dans la fosse.

Remarquons que :

$\overline{C} = A \cup B$

Sur l'arbre, cela revient à fusionner » les branches A et B .

et comme A et B sont incompatibles ,

$$P(A \cup B) = P(A)+P(B) = \frac{1}{4}+\frac{7}{20} = \frac{5}{20}+\frac{7}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

« Cette nouvelle branche » est donc pondérée par $\frac{3}{5}$

Donc

$$P(\overline{C_1} \cap C_2) + P(C_1 \cap \overline{C_2}) = \frac{3}{5}\times\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{12}{25}$$

La probabilité cherchée vaut $\frac{12}{25}$