Probabilités conditionnelles M04

EXERCICE N°1 Échauffement
VOIR LE CORRIGÉ

Soient Ω un univers et A et B deux événements.

1) Compléter l'arbre ci-contre.

2) Calculer les probabilités suivantes :

2.a) $P(A \cap B)$.

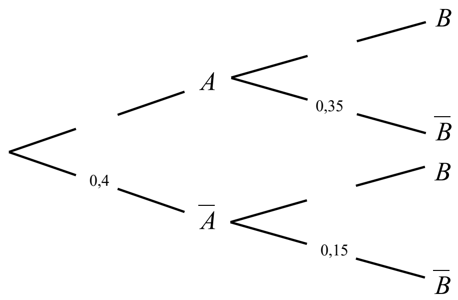
2.b) $P(A \cap \overline{B})$.

2.c) $P(\overline{A} \cap B)$.

2.d) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

2.e) $P(B)$.

2.f) $P(\overline{B})$.



EXERCICE N°2 Construire un arbre d'après un énoncé
VOIR LE CORRIGÉ

Dans chacun des cas suivants, construire un arbre pondéré décrivant la situation.

1) Sur une exploitation agricole, une partie des légumes sont traités contre une maladie. On sait qu'un quart de la production a été traité. Parmi les légumes traités, 12 % sont abîmés par la maladie par la maladie. De plus, 30 % des légumes non traités sont abîmés par la maladie.

2) Une entreprise fabrique des pièces détachées à l'aide de trois machines A, B et C . L'ingénieur qualité a constaté que 2 % des pièces détachées fabriquées sont défectueuses (on le note D). Parmi celles-ci, 30 % proviennent de la machine A , 20 % de la machine B et les autres de la machine C . La moitié des pièces non défectueuses proviennent de la machine A . De plus, 19,6 % des pièces ne sont pas défectueuses et proviennent de la machine C .

EXERCICE N°3 Orientation
VOIR LE CORRIGÉ

La répartition des poivrons chez un maraîcher est : 40 % de poivrons verts dont 60 % sont bio. 45 % de poivrons rouges dont 50 % sont bio. 15 % de poivrons jaunes dont 80 % sont bio.

Nino achète un de ces poivrons au hasard et on note :

▫ V l'événement « Le poivron est vert ».

▫ R l'événement « Le poivron est rouge ».

▫ J l'événement « Le poivron est jaune ».

▫ B l'événement « Le poivron est bio ».

1) Construire un arbre pondéré représentant la situation.

2) Calculer la probabilité qu'il achète un poivron jaune bio.

3) Calculer $P(B)$ puis $P(\overline{B})$.

EXERCICE N°4 Inverser le conditionnement
VOIR LE CORRIGÉ

(*Calculatrice autorisée*)

Sophie a mis des dragées dans une boîte, certaines contiennent une amande, les autres pas :

30 % des dragées contiennent une amande ;

40 % des dragées avec amande sont bleues et les autres roses ;

25 % des dragées sans amande sont roses et les autres bleues.

Sophie choisit au hasard une dragée dans la boîte et on considère les événements :

▫ A : « La dragée choisie contient une amande. »

▫ B : « La dragée choisie est bleue. »

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.

2) Montrer que $P(A \cap B) = 0{,}12$.

3) Calculer $P(B)$ puis en déduire $P_B(A)$.

4) Calculer $P_{\overline{B}}(A)$.

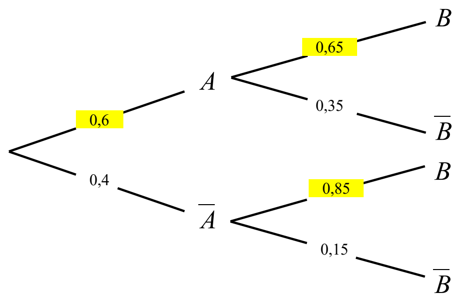
5) Sophie préfère les dragées contenant une amande. Doit-elle plutôt choisir une dragée bleue ou rose ?

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES M04C

EXERCICE N°1 Échauffement RETOUR À L'EXERCICE

Soient Ω un univers et A et B deux événements.

1) Compléter l'arbre ci-contre.



2) Calculer les probabilités suivantes :

2.a) $P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}65 = 0{,}39$

$\boxed{P(A \cap B) = 0{,}39}$

2.b) $P(A \cap \overline{B})$.

$P(A \cap \overline{B}) = 0{,}6 \times 0{,}35 = 0{,}21$

$\boxed{P(A \cap \overline{B}) = 0{,}21}$

2.c) $P(\overline{A} \cap B)$.

$P(\overline{A} \cap B) = 0{,}4 \times 0{,}85 = 0{,}34$

$\boxed{P(\overline{A} \cap B) = 0{,}34}$

2.d) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}4 \times 0{,}15 = 0{,}06$

$\boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}06}$

2.e) $P(B)$.

$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$

$P(B) = 0{,}6 \times 0{,}65 + 0{,}4 \times 0{,}85$

$= 0{,}39 + 0{,}34$

$\boxed{P(B) = 0{,}73}$

2.f) $P(\overline{B})$.

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}73$

$\boxed{P(\overline{B}) = 0{,}27}$

On aurait pu le calculer directement

$P(\overline{B}) = P(A) \times P_A(\overline{B}) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B})$

$P(B) = 0{,}6 \times 0{,}35 + 0{,}4 \times 0{,}15$

$= 0{,}21 + 0{,}06$

$\boxed{P(\overline{B}) = 0{,}27}$

EXERCICE N°2 Construire un arbre d'après un énoncé

RETOUR À L'EXERCICE

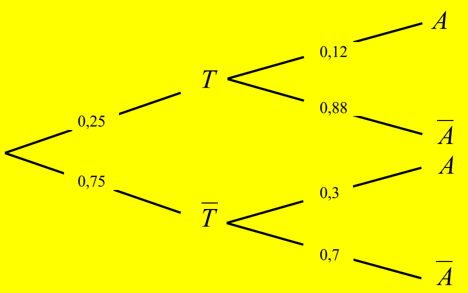
Dans chacun des cas suivants, construire un arbre pondéré décrivant la situation.

1) Sur une exploitation agricole, une partie des légumes sont traités contre une maladie. On sait qu'un quart de la production a été traité. Parmi les légumes traités, 12 % sont abîmés par la maladie par la maladie. De plus, 30 % des légumes non traités sont abîmés par la maladie.

Notons :

T : « Le légume est traité » et

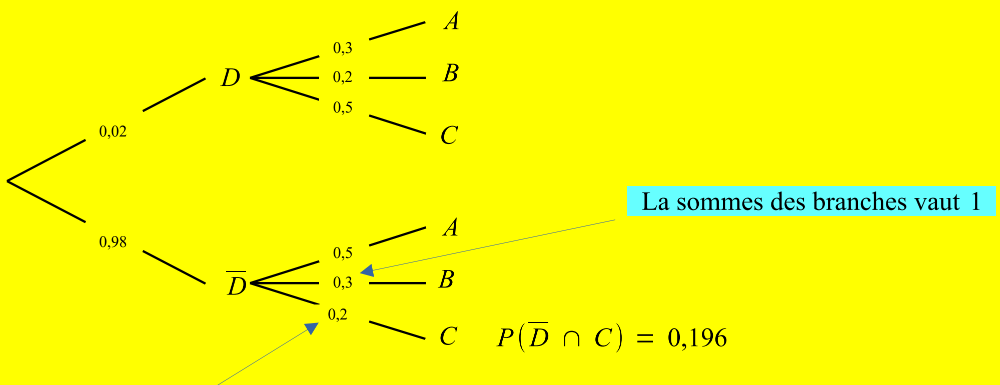
A : « Le légume est abîmés par la maladie ».



Et pourquoi ne pas commencer par A ?

Car dans l'énoncé, on peut lire : « Parmi les légumes traités, » on a des informations sur A sachant T donc T vient en premier dans l'arbre.

2) Une entreprise fabrique des pièces détachées à l'aide de trois machines A, B et C. L'ingénieur qualité a constaté que 2 % des pièces détachées fabriquées sont défectueuses (on le note D). Parmi celles-ci, 30 % proviennent de la machine A, 20 % de la machine B et les autres de la machine C. La moitié des pièces non défectueuses proviennent de la machine A. De plus, 19,6 % des pièces ne sont pas défectueuses et proviennent de la machine C.



$$\frac{P(\overline{D} \cap C)}{P(\overline{D})} = \frac{0{,}196}{0{,}98} = 0{,}2$$

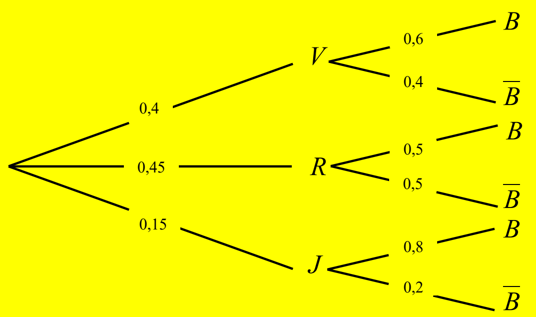
EXERCICE N°3 Orientation

RETOUR À L'EXERCICE

La répartition des poivrons chez un maraîcher est : 40 % de poivrons verts dont 60 % sont bio. 45 % de poivrons rouges dont 50 % sont bio.15 % de poivrons jaunes dont 80 % sont bio.
Nino achète un de ces poivrons au hasard et on note :

- V l'événement « Le poivron est vert ».
- R l'événement « Le poivron est rouge ».
- J l'événement « Le poivron est jaune ».
- B l'événement « Le poivron est bio ».

1) Construire un arbre pondéré représentant la situation.



2) Calculer la probabilité qu'il achète un poivron jaune bio.

$P(J \cap B) = 0{,}15 \times 0{,}8 = 0{,}12$

La probabilité qu'il achète un poivron jaune bio vaut $\boxed{0{,}12}$

3) Calculer $P(B)$ puis $P(\overline{B})$.

$$\begin{aligned} P(B) &= P(V)\times P_V(B) + P(R)\times P_R(B) + P(J)\times P_J(B) \\ &= 0{,}4\times 0{,}6 + 0{,}45\times 0{,}5 + 0{,}15\times 0{,}8 \\ &= 0{,}24+0{,}225+0{,}12 \end{aligned}$$

$$\boxed{P(B) = 0{,}585}$$

$$\begin{aligned} P(\overline{B}) &= 1-P(B) \\ &= 1-0{,}585 \end{aligned}$$

$$\boxed{P(\overline{B}) = 0{,}415}$$

EXERCICE N°4 Inverser le conditionnement

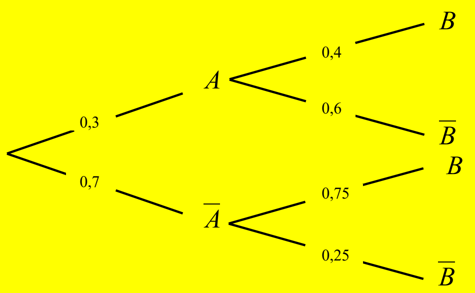
RETOUR À L'EXERCICE

(*Calculatrice autorisée*)

Sophie a mis des dragées dans une boîte, certaines contiennent une amande, les autres pas :
30 % des dragées contiennent une amande ;
40 % des dragées avec amande sont bleues et les autres roses ;
25 % des dragées sans amande sont roses et les autres bleues.
Sophie choisit au hasard une dragée dans la boîte et on considère les événements :

▫ A : « La dragée choisie contient une amande. »
▫ B : « La dragée choisie est bleue. »

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.



2) Montrer que $P(A \cap B) = 0{,}12$.

$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$.

3) Calculer $P(B)$ puis en déduire $P_B(A)$.

$$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(A) \times P_{\overline{A}}(B)$$
$$= 0{,}3 \times 0{,}4 + 0{,}7 \times 0{,}75$$
$$= 0{,}12 + 0{,}525$$
$$\boxed{P(B) = 0{,}645}$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}12}{0{,}645} \approx 0{,}186$$

Ainsi $\boxed{P_B(A) \approx 0{,}186}$

4) Calculer $P_{\overline{B}}(A)$.

On :

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B)$$
$$= 1 - 0{,}645$$
$$P(\overline{B}) = 0{,}345 \quad .$$

et

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) \times P_A(\overline{B}) = 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}18$$

On en déduit que :

$$P_{\overline{B}}(A) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0{,}18}{0{,}645} \approx 0{,}279$$

Ainsi $\boxed{P_{\overline{B}}(A) \approx 0{,}279}$

5) Sophie préfère les dragées contenant une amande. Doit-elle plutôt choisir une dragée bleue ou rose ?

$P_B(A) < P_{\overline{B}}(A)$

Donc elle doit $\boxed{\text{plutôt choisir une dragée rose}}$.