PROBABILITÉS CONDITIONNELLES M03

EXERCICE N°1 Appréhender la définition et la propriété
VOIR LE CORRIGÉ

Soient Ω un univers et A et B deux événements de probabilité non nulle.
Dans chaque cas vérifier l'indépendance de A et B.

1) $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}3$ et $P(A \cap B) = 0{,}15$.

2) $P_A(B) = 0{,}6$ $P(B) = 0{,}6$, $P(A \cap B) = 0{,}36$.

3) $P(A) = 0{,}4$ $P(B) = 0{,}1$ $P(A \cup B) = 0{,}3$.

4) $P(\overline{A}) = 0{,}9$ $P(\overline{B}) = 0{,}6$ $P(A \cap B) = 0{,}04$.

EXERCICE N°2 Démontrer l'indépendance
VOIR LE CORRIGÉ

La répartition des pantalons d'Alphonse est donnée par le tableau ci-dessous :

	Habillé	Décontracté	Total
Bleu	5	8	13
Noir	3	6	9
Rouge	0	2	2
Total	8	16	24

Il prend un pantalon au hasard dans son armoire et on considère les événements :
B : « Le pantalon est bleu. »
N : « Le pantalon est noir. »
R : « Le pantalon est rouge. »
D : « Le pantalon est décontracté. »
Les événements suivants sont-ils indépendants ?

1) B et D

2) R et $\overline{D}$

3) N et D

4) N et $\overline{D}$

EXERCICE N°3 Indépendance vs incompatibilité
VOIR LE CORRIGÉ

Soient Ω un univers et A et B deux événements tels que : $P(A) = 0{,}1$ et $P(B) = 0{,}7$.

1) Calculer les probabilités de $A \cap B$ et $A \cup B$ si A et B sont indépendants.

2) Calculer les probabilités de $A \cap B$ et $A \cup B$ si A et B sont incompatibles.

EXERCICE N°4 Juste une vidéo à regarder…

Cliquer pour visionner

EXERCICE N°5 Sport et cantine
VOIR LE CORRIGÉ

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 élèves de Terminale d'un lycée, sportifs ou non sportifs, en fonction de leur régime scolaire (externe, interne ou demi-pensionnaire).

	Externe	Demi-P	Interne
Sportif	22	12	6
Non sportif	30	18	12

On choisit un élève au hasard.

1) Les événements « l'élève est sportif » et « l'élève est externe » sont-ils indépendants ?
2) Les événements « l'élève est non sportif » et « l'élève est demi-pensionnaire » sont-ils indépendants ?

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES M03C

EXERCICE N°1 Appréhender la définition et la propriété

RETOUR À L'EXERCICE

Soient Ω un univers et A et B deux événements de probabilité non nulle.
Dans chaque cas vérifier l'indépendance de A et B .

1) $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}3$ et $P(A \cap B) = 0{,}15$.

$P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12 = P(A \cap B)$

Donc

$P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$

Ainsi $\boxed{A \text{ et } B \text{ ne sont pas indépendants}}$.

2) $P_A(B) = 0{,}6$ $P(B) = 0{,}6$, $P(A \cap B) = 0{,}36$.

$P_A(B) = P(B)$

Ainsi $\boxed{A \text{ et } B \text{ sont indépendants}}$.

3) $P(A) = 0{,}4$ $P(B) = 0{,}1$ $P(A \cup B) = 0{,}3$.

▪ Commençons par déterminer $P(A \cap B)$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

donc

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}1 - 0{,}3 = 0{,}2$.

▪ $P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times 0{,}1 = 0{,}04$

$P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$

Ainsi $\boxed{A \text{ et } B \text{ ne sont pas indépendants}}$

4) $P(\overline{A}) = 0{,}9$ $P(\overline{B}) = 0{,}6$ $P(A \cap B) = 0{,}04$.

▪ Commençons par déterminer $P(A)$ et $P(B)$.

▫ $P(\overline{A}) = 1 - P(A) \Leftrightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A})$

donc $P(A) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

▫ $P(\overline{B}) = 1 - P(B) \Leftrightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B})$

donc $P(B) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

▪ $P(A) \times P(B) = 0{,}1 \times 0{,}4 = 0{,}04 = P(A \cap B)$

Ainsi $\boxed{A \text{ et } B \text{ sont indépendants}}$

EXERCICE N°2 Démontrer l'indépendance

RETOUR À L'EXERCICE

La répartition des pantalons d'Alphonse est donnée par le tableau ci-dessous :

	Habillé	Décontracté	Total
Bleu	5	8	13
Noir	3	6	9
Rouge	0	2	2
Total	8	16	24

Il prend un pantalon au hasard dans son armoire et on considère les événements :
B : « Le pantalon est bleu. »
N : « Le pantalon est noir. »
R : « Le pantalon est rouge. »
D : « Le pantalon est décontracté. »
Les événements suivants sont-ils indépendants ?

1) B et D

- $P(B) = \frac{13}{24}$, $P(D) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$,

$P(B \cap D) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ et

$P(B)\times P(D) = \frac{13}{24}\times\frac{2}{3} = \frac{13}{36}$

- $P(B)\times P(D) \neq P(B)\times P(D)$

Donc $\boxed{B \text{ et } D \text{ ne sont pas indépendants}}$

2) R et $\overline{D}$

- $P(R \cap \overline{D}) = \frac{0}{24} = 0$

Ainsi R et $\overline{D}$ sont incompatibles.
Donc $\boxed{B \text{ et } \overline{D} \text{ ne sont pas indépendants}}$

3) N et D

- $P(N) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$, $P(D) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

,

$P(N \cap D) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ et

$P(N)\times P(D) = \frac{3}{8}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{4}$

- $P(N)\times P(D) = P(N)\times P(D)$

Donc $\boxed{N \text{ et } D \text{ sont indépendants}}$

4) N et $\overline{D}$

- $P(N) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$, $P(\overline{D}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

,

$P(N \cap \overline{D}) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ et

$P(N)\times P(\overline{D}) = \frac{3}{8}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{8}$

- $P(N)\times P(\overline{D}) = P(N)\times P(\overline{D})$

Donc $\boxed{N \text{ et } \overline{D} \text{ sont indépendants}}$

EXERCICE N°3 ***Indépendance vs incompatibilité*** RETOUR À L'EXERCICE

Soient Ω un univers et A et B deux événements tels que : $P(A) = 0{,}1$ et $P(B) = 0{,}7$.

1) Calculer les probabilités de $A \cap B$ et $A \cup B$ si A et B sont indépendants.

- A et B sont indépendants donc
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0{,}1 \times 0{,}7 = 0{,}07$
Ainsi $\boxed{P(A \cap B) = 0{,}07}$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}1 + 0{,}7 - 0{,}07 = 0{,}73$
Ainsi $\boxed{P(A \cup B) = 0{,}73}$

2) Calculer les probabilités de $A \cap B$ et $A \cup B$ si A et B sont incompatibles.

- A et B sont incompatibles donc
$\boxed{P(A \cap B) = 0}$

et

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}1 + 0{,}7 = 0{,}8$
Ainsi $\boxed{P(A \cup B) = 0{,}8}$

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES M03C

EXERCICE N°4 ***Juste une vidéo à regarder.***

Cliquer pour visionner

EXERCICE N°5 ***Sport et cantine*** RETOUR À L'EXERCICE

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 élèves de Terminale d'un lycée, sportifs ou non sportifs, en fonction de leur régime scolaire (externe, interne ou demi-pensionnaire).

	Externe	Demi-P	Interne
Sportif	22	12	6
Non sportif	30	18	12

On choisit un élève au hasard.

	Externe	Demi-P	Interne	Total
Sportif	22	12	6	40
Non sportif	30	18	12	60
Total	52	30	18	100

Pensez à compléter le tableau avec les effectifs marginaux (les totaux).

Notons
S « l'élève est sportif »
E « l'élève est externe »
D « l'élève est demi-pensionnaire »
I « l'élève est interne »

1) Les événements « l'élève est sportif » et « l'élève est externe » sont-ils indépendants ?

On a
▪ d'une part :

$$P(S) = \frac{40}{100} = 0{,}4 \quad \text{et} \quad P(E) = \frac{52}{100} = 0{,}52$$

donc $P(S) \times P(E) = 0{,}4 \times 0{,}52 = 0{,}208$

▪ et d'autre part :

$$P(S \cap E) = \frac{22}{100}\ 0{,}22$$

$$P(S \cap E) \neq P(S) \times P(E)$$

On en déduit que $\boxed{\text{les deux événements ne sont pas indépendants}}$.

2) Les événements « l'élève est non sportif » et « l'élève est demi-pensionnaire » sont-ils indépendants ?

On a
▪ d'une part :

$$P(\overline{S}) = \frac{60}{100} = 0{,}6 \quad \text{et} \quad P(D) = \frac{30}{100} = 0{,}3$$

donc $P(\overline{S}) \times P(D) = 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}18$

▪ et d'autre part :

$$P(\overline{S} \cap D) = \frac{18}{100}\ 0{,}18$$

$$P(\overline{S} \cap D) = P(\overline{S}) \times P(D)$$

On en déduit que $\boxed{\text{les deux événements sont indépendants}}$.