LA DÉRIVATION M01

EXERCICE N°1 *Taux de variation / taux d'accroissement*
VOIR LE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

1) Calculer les images par f de 2 ; 3 ; -4 et -1 .
2) Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3 .
3) Calculer le taux d'accroissement entre les réels -4 et -1 .

EXERCICE N°2 *Coefficient directeur*
VOIR LE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 2)$; $B(3\ ;\ 5)$; $C(-4\ ;\ 5)$ et $D(-1\ ;\ -1)$

1) Vérifier que ces quatre points appartiennent à la courbe C_f .
2) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) .
3) Calculer le coefficient directeur de la droite (CD) .

EXERCICE N°3 *Nombre dérivé par le calcul*
VOIR LE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

1) Simplifier l'expression $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

(Si $h = 3-2 = 1$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.
3) Simplifier l'expression $\dfrac{f(-4+h)-f(-4)}{(-4+h)-(-4)}$.

(Si $h = -4-(-1) = 3$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

4) Calculer $f'(-4)$.

EXERCICE N°4 *Nombre dérivé par lecture graphique.*
VOIR LE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

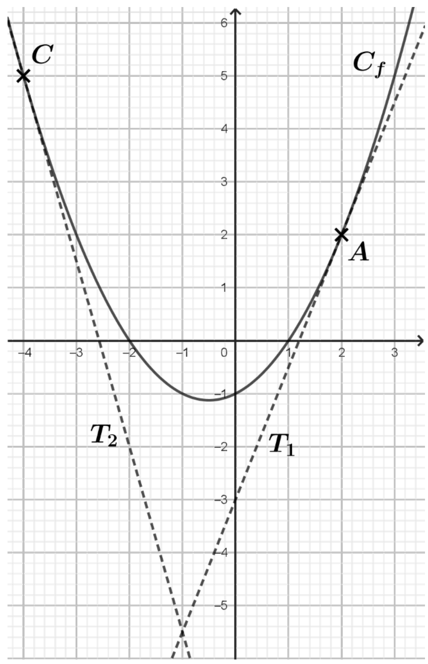
On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 2)$ et $C(-4\ ;\ 5)$.

Les droites T_1 et T_2 sont les tangentes à la courbe C_f respectivement en A et C .

1) Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé de f en 2.

2) Déterminer par lecture graphique $f'(-4)$.

3) Déterminer par lecture graphique, l'équation réduite de T_1 .



EXERCICE N°5 *Équation de la tangente*
VOIR LE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 2)$ et $C(-4\ ;\ 5)$.

1) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A .
2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point C .

EXERCICE N°1 ***Taux de variation / taux d'accroissement*** RETOUR À L'EXERCICE

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 1$

1) Calculer les images par f de 2 ; 3 ; -4 et -1 .

- $f(2) = \frac{1}{2} \times 2^2 + \frac{1}{2} \times 2 - 1$

  $\boxed{f(2) = 2}$

- $f(3) = \frac{1}{2} \times 3^2 + \frac{1}{2} \times 3 - 1$

  $\boxed{f(3) = 5}$

- $f(-4) = \frac{1}{2} \times (-4)^2 + \frac{1}{2} \times (-4) - 1$

  $\boxed{f(-4) = 5}$

- $f(2) = \frac{1}{2} \times (-1)^2 + \frac{1}{2} \times (-1) - 1$

  $\boxed{f(-1) = -1}$

2) Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3 .

Notons m_1 le taux d'accroissement demandé.

$$m_1 = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{5 - 2}{1}$$

$\boxed{m_1 = 3}$

3) Calculer le taux d'accroissement entre les réels -4 et -1 .

Notons m_2 le taux d'accroissement demandé.

$$m_2 = \frac{f(-4) - f(-1)}{-4 - (-1)} = \frac{5 - (-1)}{-3}$$

$\boxed{m_2 = -2}$

EXERCICE N°2 Coefficient directeur

RETOUR À L'EXERCICE

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 2)$; $B(3\ ;\ 5)$; $C(-4\ ;\ 5)$ et $D(-1\ ;\ -1)$

1) Vérifier que ces quatre points appartiennent à la courbe C_f .

▪ $f(x_A) = f(2) = \frac{1}{2}\times 2^2+\frac{1}{2}\times 2-1 = 2 = y_A$

Ainsi $y_A = f(x_A)$ donc $A \in C_f$

▪ $f(x_B) = f(3) = \frac{1}{2}\times 3^2+\frac{1}{2}\times 3-1 = 5 = y_B$

Ainsi $y_B = f(x_B)$ donc $B \in C_f$

▪ $f(x_C) = f(-4) = \frac{1}{2}\times(-4)^2+\frac{1}{2}\times(-4)-1 = 5 = y_C$

Ainsi $y_C = f(x_C)$ donc $C \in C_f$

▪ $f(x_D) = f(2) = \frac{1}{2}\times(-1)^2+\frac{1}{2}\times(-1)-1 = -1 = y_D$

Ainsi $y_D = f(x_D)$ donc $D \in C_f$

2) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) .

Notons m_1 le coefficient directeur demandé.

$$m_1 = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{5-2}{1}$$

$$\boxed{m_1 = 3}$$

3) Calculer le coefficient directeur de la droite (CD) .

Notons m_2 le coefficient directeur demandé.

$$m_2 = \frac{f(-4)-f(-1)}{-4-(-1)} = \frac{5-(-1)}{-3}$$

$$\boxed{m_2 = -2}$$

LA DÉRIVATION M01C

EXERCICE N°3 *Nombre dérivé par le calcul* RETOUR À L'EXERCICE

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

1) Simplifier l'expression $\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$.

(Si $h = 3-2 = 1$ *quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)*

Pour $h = 1$ on retrouve le calcul du taux de variation / d'accroissement (vocabulaire des fonctions) et celui du coefficient directeur (vocabulaire des droites) demandés la question 2) de ces exercices.

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = \frac{\frac{1}{2}(2+h)^2+\frac{1}{2}\times(2+h)-1-\left[\frac{1}{2}\times 2^2+\frac{1}{2}\times 2-1\right]}{h}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(4+4h+h^2)+1+\frac{h}{2}-1-2}{h}$$

$$= \frac{2+2h+\frac{h^2}{2}+1+\frac{h}{2}-1-2}{h}$$

$$= \frac{2h+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{\frac{5h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{h\left(\frac{5}{2}+\frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$= \frac{5}{2}+\frac{h}{2}$$

Ainsi $\boxed{\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = \frac{5}{2}+\frac{h}{2}}$

2) Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

Ici on veut savoir vers quoi tend l'expression $\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}$ quand h tend vers zéro. Pour cela on va utiliser la simplification de la question 1).

Quand h tend vers zéro, $\frac{5}{2}+\frac{h}{2}$ tend vers $\frac{5}{2}$.

On en déduit que $\boxed{f'(2) = \frac{5}{2}}$

3) Simplifier l'expression $\dfrac{f(-4+h)-f(-4)}{(-4+h)-(-4)}$.

(Si $h = -4-(-1) = 3$ quelle question des exercices n°1 et n°2 retrouve-t-on ?)

Pour $h = 1$ on retrouve le calcul du taux de variation / d'accroissement (vocabulaire des fonctions) et celui du coefficient directeur (vocabulaire des droites) demandés la question 3) de ces exercices.

$$\frac{f(-4+h)-f(-4)}{(-4+h)-(-4)} = \frac{\frac{1}{2}(-4+h)^2+\frac{1}{2}\times(-4+h)-1-\left[\frac{1}{2}\times(-4)^2+\frac{1}{2}\times(-4)-1\right]}{h}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(16-8h+h^2)-2+\frac{h}{2}-1-5}{h}$$

$$= \frac{8-4h+\frac{h^2}{2}-2+\frac{h}{2}-1-5}{h}$$

$$= \frac{-4h+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{\frac{-7h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{h\left(\frac{-7}{2}+\frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$= \frac{-7}{2}+\frac{h}{2}$$

4) Calculer $f'(-4)$.

Ici on veut savoir vers quoi tend l'expression $\dfrac{f(-4+h)-f(-4)}{(-4+h)-(-4)}$ quand h tend vers zéro. Pour cela on va utiliser la simplification de la question 3).

Quand h tend vers zéro, $\dfrac{-7}{2}+\dfrac{h}{2}$ tend vers $\dfrac{-7}{2}$.

On en déduit que $\boxed{f'(-4) = -\frac{7}{2}}$

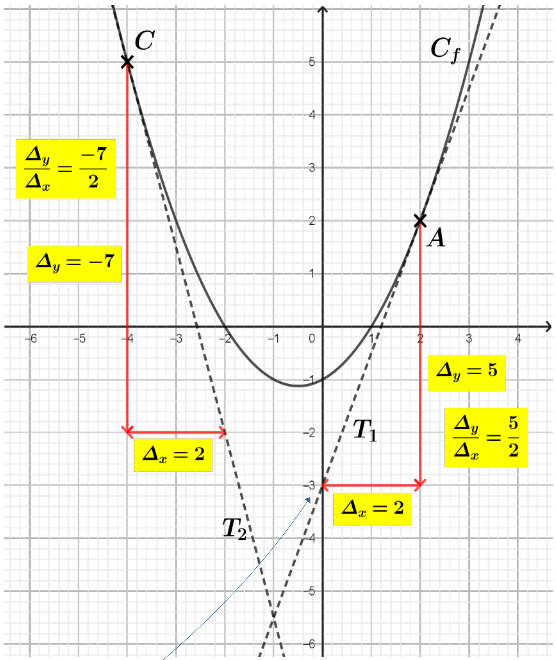
EXERCICE N°4 Nombre dérivé par lecture graphique.

RETOUR À L'EXERCICE

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 2)$ et $C(-4\ ;\ 5)$.

Les droites T_1 et T_2 sont les tangentes à la courbe C_f respectivement en A et C .



1) Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé de f en 2.

$\boxed{f'(2) = \frac{5}{2}}$

2) Déterminer par lecture graphique $f'(-4)$.

$\boxed{f'(-4) = -\frac{7}{2}}$

3) Déterminer par lecture graphique, l'équation réduite de T_1 .

$\boxed{y = \frac{5}{2}x-3}$

EXERCICE N°5 Équation de la tangente

RETOUR À L'EXERCICE

On considère la fonction f définie pour tout réels x par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

On note C_f sa courbe représentative et on donne les points suivants :
$A(2\ ;\ 2)$ et $C(-4\ ;\ 5)$.

1) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A .

▪ Nous utilisons, la formule : $y= f'(x_A)(x-x_A)+f(x_A)$

le petit « a » du cours est bien une abscisse (ici celle de A) et on pense à adapter la formule aux notations de l'exercice.

▪ Déterminons $f(x_A)$

$\boxed{f(x_A) = y_A = 2}$

Si vous n'y avez pas pensé et avez calculé $f(2)$ c'est bien aussi, vous avez juste perdu un peu de temps.

▪ Déterminons $f'(x_A) = f'(2)$

Pour $h \in \mathbb{R}$, $h\neq 0$,

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2} = \frac{\frac{1}{2}(2+h)^2+\frac{1}{2}\times(2+h)-1-\left[\frac{1}{2}\times 2^2+\frac{1}{2}\times 2-1\right]}{h}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(4+4h+h^2)+1+\frac{h}{2}-1-2}{h}$$

$$= \frac{2+2h+\frac{h^2}{2}+1+\frac{h}{2}-1-2}{h}$$

$$= \frac{2h+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{\frac{5h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{h\left(\frac{5}{2}+\frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$= \frac{5}{2}+\frac{h}{2}$$

Quand h tend vers zéro, $\frac{5}{2}+\frac{h}{2}$ tend vers $\frac{5}{2}$.

On en déduit que $\boxed{f'(2) = \frac{5}{2}}$

▪ Ainsi une équation de la tangente en A à la courbe est :

$y = \frac{5}{2}(x-2)+2$

On n'oublie pas de réduire car on a demandé l'équation réduite...

ou encore :

$\boxed{y = \frac{5}{2}x-3}$

2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point C .

▪ Nous utilisons, la formule : $y = f'(x_C)(x-x_C)+f(x_C)$

le petit « a » du cours est bien une abscisse (ici celle de C) et on pense à adapter la formule aux notations de l'exercice.

▪ Déterminons $f(x_C)$

$\boxed{f(x_C) = y_C = 5}$

Si vous n'y avez pas pensé et avez calculé $f(-4)$ c'est bien aussi, vous avez juste perdu un peu de temps.

▪ Déterminons $f'(x_C) = f'(-4)$

Pour $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$,

$$\frac{f(-4+h)-f(-4)}{(-4+h)-(-4)} = \frac{\frac{1}{2}(-4+h)^2+\frac{1}{2}\times(-4+h)-1-\left[\frac{1}{2}\times(-4)^2+\frac{1}{2}\times(-4)-1\right]}{h}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(16-8h+h^2)-2+\frac{h}{2}-1-5}{h}$$

$$= \frac{8-4h+\frac{h^2}{2}-2+\frac{h}{2}-1-5}{h}$$

$$= \frac{-4h+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{\frac{-7h}{2}+\frac{h^2}{2}}{h}$$

$$= \frac{h\left(\frac{-7}{2}+\frac{h}{2}\right)}{h}$$

$$= \frac{-7}{2}+\frac{h}{2}$$

Quand h tend vers zéro, $\frac{-7}{2}+\frac{h}{2}$ tend vers $\frac{-7}{2}$.

On en déduit que $\boxed{f'(-4) = -\frac{7}{2}}$

▪ Ainsi une équation de la tangente en A à la courbe est :

$y = -\frac{7}{2}(x+4)+5$

On n'oublie pas de réduire car on a demandé l'équation réduite...

ou encore :

$\boxed{y = -\frac{7}{2}x-9}$