La dérivation E08

Dans cette fiche nous allons apprendre à étudier les positions relatives d'une courbe avec sa tangente en un point.
Quel intérêt ?
Quand on étudie des phénomènes, on obtient souvent des modélisations (ici des fonctions) qui peuvent demander beaucoup de calculs. Il est alors plus intéressant de faire une approximation linéaire : Plutôt que d'utiliser le comportement de la courbe qui représente le phénomène, on peut, localement, étudier sa tangente. En faisant cela, on commet bien sûr des erreurs… Tantôt on surestime (la tangente est au dessus de la courbe) tantôt on sous-estime (la tangente est au dessous de la courbe)
Exemple concret (merci à chatgpt qui m'a fait gagner beaucoup de temps) :

> 🔋 **4. Batteries – estimation de la durée restante**
>
> Le niveau de charge d'une batterie (smartphone, voiture électrique) est souvent modélisé par une fonction non linéaire.
>
> La tangente est utilisée pour l'estimation affichée "temps restant".
>
> ➡️ Si la courbe réelle est **au-dessus** de la tangente :
> la batterie se vide plus lentement que prévu → estimation pessimiste.
>
> ➡️ Si la courbe est **en dessous** :
> elle se vide plus vite → estimation trop optimiste.

(capture d'écran)

EXERCICE N°1 Position relative d'une courbe et de sa tangente en un point

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - x^2$$

et C_f sa représentation graphique dans un repère.

1.a) Déterminer $f'(x)$, l'expression de la dérivée de la fonction f.

1.b) Dresser le tableau de variation de f (justifier).

1.c) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 2 .

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3-x^2-8x+12$.

Aide au calcul

$$g\left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{500}{27}$$

2.a) Déterminer $g'(x)$, l'expression de la dérivée de la fonction g.

2.b) Dresser le tableau de variation de g.

2.c) En déduire la position relative de la courbe C_f et de sa tangente au point d'abscisse 2 .