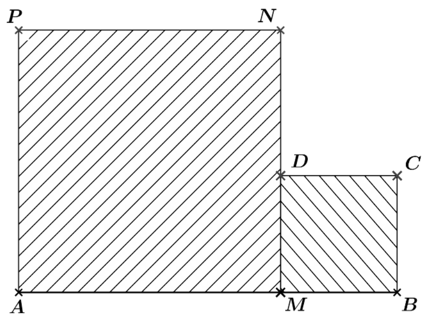
LA DÉRIVATION E07

EXERCICE N°1 Du concret : Optimisation d'une aire

Extrait du Sesamath 1er spe n°48 p155



Soit un segment $[AB]$ de longueur 10 et M un point de ce segment. Du même côté de ce segment, on construit deux carrés $AMNP$ et $MBCD$. On pose $AM = x$ et on étudie l'aire du domaine formé par ces deux carrés en fonction de x.

1) À quel intervalle I appartient le réel x ?

2) Soit $f(x)$ l'aire du domaine. Montrer que, pour tout réel x de I, on a : $f(x) = 2x^2-20x+100$.

3) Justifier que la fonction f est dérivable sur I et déterminer $f'(x)$ pour tout x de I.

4) En déduire les variations de f sur I et la valeur de x pour laquelle l'aire du domaine est minimale.

EXERCICE N°2 Du concret : Optimisation d'un bénéfice

Extrait du Sesamath 1er spe n°81 p158

Une coopérative fabrique du jus de pomme. Elle produit entre 0 et 200 litres de jus. Elle a établi que ses coûts de production, en euros, de x dizaines de litres de jus de pommes étaient donnés par la fonction $C : x \mapsto x^2-x+10$. Chaque dizaine de litres produite sera vendue 19 €.

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction C ?

2) On appelle $R(x)$ la recette gagnée par la coopérative pour x dizaines de litres vendus. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

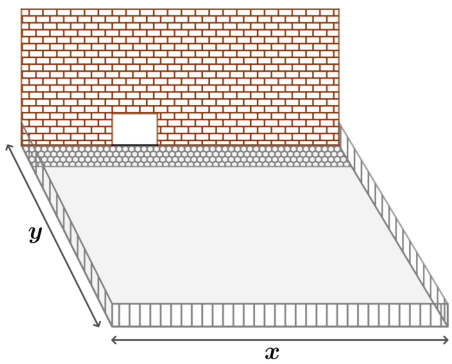
3) On appelle $B(x)$ le bénéfice réalisé par la coopérative lorsqu'elle produit et vend x dizaines de litres de jus de pomme. Quel que soit x, on a $B(x)=R(x)-C(x)$. Montrer que la fonction bénéfice B est définie sur $[0\ ;\ 20]$ par $B(x)=-x^2+20x-10$.

4) Étudier les variations de la fonction B sur $[0\ ;\ 20]$.

5) En déduire le nombre de litres que la coopérative doit produire afin d'obtenir un bénéfice maximum.

EXERCICE N°3 Du concret : Optimisation d'un prix

Extrait du Déclic 1er spe n°87 p 124



Le gérant d'un magasin de sport souhaite faire construire une aire rectangulaire à l'extérieur du magasin pour permettre aux clients de tester certains produits. Il veut que cette zone occupe $200\ \text{m}^2$ et que soit installée, sur trois de ses côtés, une clôture en bois coûtant 12 € le mètre. De plus , le long du côté attenant au mur du magasin, il fera poser une rangée de dalle en béton à 15 € le mètre.

Soient y la largeur et x la longueur du rectangle délimitant la zone. Le gérant aimerait connaître les valeurs de x et y qui minimiseraient le prix de l'entourage de cette aire sachant que x est compris entre 10 et 40 m .

1) Montrer que $y = \dfrac{200}{x}$

2) Montrer que le prix p de la construction de l'entourage peut s'exprimer en fonction de x et que $p(x) = 27x+\dfrac{4800}{x}$

3) Étudier les variations de p sur l'intervalle $[10\ ;\ 40]$.

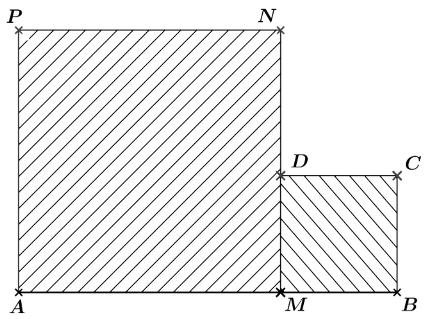
4) Déterminer les dimensions de la zone pour que le prix de l'entourage soit minimal. Combien le gérant devra-t-il payer ?

LA DÉRIVATION E07

EXERCICE N°1 Du concret : Optimisation d'une aire

Extrait du Sesamath 1er spe n°48 p155

Soit un segment $[AB]$ de longueur 10 et M un point de ce segment. Du même côté de ce segment, on construit deux carrés $AMNP$ et $MBCD$. On pose $AM = x$ et on étudie l'aire du domaine formé par ces deux carrés en fonction de x.



1) À quel intervalle I appartient le réel x ?

2) Soit $f(x)$ l'aire du domaine. Montrer que, pour tout réel x de I, on a : $f(x) = 2x^2 - 20x + 100$.

3) Justifier que la fonction f est dérivable sur I et déterminer $f'(x)$ pour tout x de I.

4) En déduire les variations de f sur I et la valeur de x pour laquelle l'aire du domaine est minimale.

EXERCICE N°2 Du concret : Optimisation d'un bénéfice

Extrait du Sesamath 1er spe n°81 p158

Une coopérative fabrique du jus de pomme. Elle produit entre 0 et 200 litres de jus. Elle a établi que ses coûts de production, en euros, de x dizaines de litres de jus de pommes étaient donnés par la fonction $C : x \mapsto x^2 - x + 10$. Chaque dizaine de litres produite sera vendue 19 €.

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction C ?

2) On appelle $R(x)$ la recette gagnée par la coopérative pour x dizaines de litres vendus. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

3) On appelle $B(x)$ le bénéfice réalisé par la coopérative lorsqu'elle produit et vend x dizaines de litres de jus de pomme. Quel que soit x, on a $B(x) = R(x) - C(x)$. Montrer que la fonction bénéfice B est définie sur $[0 ; 20]$ par $B(x) = -x^2 + 20x - 10$.

4) Étudier les variations de la fonction B sur $[0 ; 20]$.

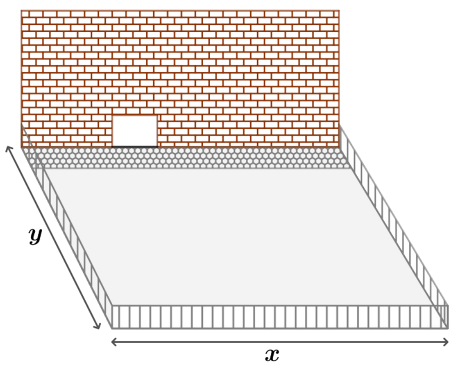
5) En déduire le nombre de litres que la coopérative doit produire afin d'obtenir un bénéfice maximum.

EXERCICE N°3 Du concret : Optimisation d'un prix

Extrait du Déclic 1er spe n°87 p 124

Le gérant d'un magasin de sport souhaite faire construire une aire rectangulaire à l'extérieur du magasin pour permettre aux clients de tester certains produits. Il veut que cette zone occupe 200 m^2 et que soit installée, sur trois de ses côtés, une clôture en bois coûtant 12 € le mètre. De plus , le long du côté attenant au mur du magasin, il fera poser une rangée de dalle en béton à 15 € le mètre.

Soient y la largeur et x la longueur du rectangle délimitant la zone. Le gérant aimerait connaître les valeurs de x et y qui minimiseraient le prix de l'entourage de cette aire sachant que x est compris entre 10 et 40 m .



1) Montrer que $y = \dfrac{200}{x}$

2) Montrer que le prix p de la construction de l'entourage peut s'exprimer en fonction de x et que $p(x) = 27x + \dfrac{4800}{x}$

3) Étudier les variations de p sur l'intervalle $[10 ; 40]$.

4) Déterminer les dimensions de la zone pour que le prix de l'entourage soit minimal. Combien le gérant devra-t-il payer ?