LES SUITES NUMÉRIQUES E08

EXERCICE N°1 Suite auxiliaire (sans calculatrice)

On donne la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\sqrt{u_n^2+12} \end{cases}$

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 , on donnera les valeurs exactes.

2) On définit la suite v par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n^2-4$

2.a) Montrer que la suite v est géométrique et donner ses éléments caractéristiques.

2.b) Exprimer v_n en fonction de n .

2.c) On a admet que pour tout entier n , $v_n > -4$. En déduire une expression de u_n en fonction de n .

2.d) Conjecturer alors la limite de la suite u .

EXERCICE N°2 Suite auxiliaire et tableur

▪ Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n+2n^2-n$.

▪ Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
pour tout entier naturel n , $v_n = u_n+2n^2+3n$.

1) Voici un extrait de feuille de tableur ci-contre :
Quelles formules a-t-on écrites dans les cellules C2 et B3 et copiées vers le bas pour afficher les termes des suites u et v ?

	A	B	C
1	n	u	v
2	0	2	7
3	1	4	14
4	2	9	28
5	3	24	56
6	4	63	112
7	5	154	224
8	6	353	448

2) Déterminer, en justifiant, une expression de v_n puis de u_n en fonction de n .

EXERCICE N°3 Somme des premiers carrés

Extrait remanié du sésamath 1er spé 143 p 74

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note u_n la somme des n premiers carrés, c’est à dire $u_n = 1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$.

3) Calculer les trois premiers termes de la suite u .

4) Déterminer une relation entre u_{n+1} et u_n .

5) On pose v la suite définie par : Pour tout entier naturel n non nul, $v_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

5.a) Montrer que $v_1 = u_1$

5.b) Montrer que la suite v suit la même relation de récurrence que la suite u et conclure.

EXERCICE N°4 Algorithme de Héron (un premier contact)

On donne a et b deux nombres réels tels que : $a > 0$ et $b > \sqrt{a}$.

On donne également la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{a}{x}\right)$.

On considère la suite u définie par $\begin{cases} u_0 = b \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

Notre but est de comprendre que le terme u_n tend vers $\sqrt{a}$.

1) Un premier cas : $a = 2$ et $b = 5$.

1.a) Calculer les cinq premiers termes de la suite.

1.b) À l’aide de la calculatrice, conjecturer, si elle existe, la limite de la suite u et la comparer avec $\sqrt{a}$.

2) Un premier cas : $a = 5$ et $b = 10$.

2.a) Calculer les cinq premiers termes de la suite.

2.b) À l’aide de la calculatrice, conjecturer, si elle existe, la limite de la suite u et la comparer avec $\sqrt{a}$.

Les suites numériques E08

EXERCICE N°1 Suite auxiliaire (sans calculatrice)

On donne la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\sqrt{u_n^2+12} \end{cases}$

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 , on donnera les valeurs exactes.

2) On définit la suite v par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n^2-4$

2.a) Montrer que la suite v est géométrique et donner ses éléments caractéristiques.

2.b) Exprimer v_n en fonction de n .

2.c) On a admet que pour tout entier n , $v_n > -4$. En déduire une expression de u_n en fonction de n .

2.d) Conjecturer alors la limite de la suite u .

EXERCICE N°2 Suite auxiliaire et tableur

▪ Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n+2n^2-n$.

▪ Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
pour tout entier naturel n , $v_n = u_n+2n^2+3n$.

1) Voici un extrait de feuille de tableur ci-contre : Quelles formules a-t-on écrites dans les cellules C2 et B3 et copiées vers le bas pour afficher les termes des suites u et v ?

	A	B	C
1	n	u	v
2	0	2	7
3	1	4	14
4	2	9	28
5	3	24	56
6	4	63	112
7	5	154	224
8	6	353	448

2) Déterminer, en justifiant, une expression de v_n puis de u_n en fonction de n .

EXERCICE N°3 Somme des premiers carrés

Extrait remanié du sésamath 1[er] spé 143 p 74

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note u_n la somme des n premiers carrés, c'est à dire $u_n = 1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$.

3) Calculer les trois premiers termes de la suite u .

4) Déterminer une relation entre u_{n+1} et u_n .

5) On pose v la suite définie par : Pour tout entier naturel n non nul, $v_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

5.a) Montrer que $v_1 = u_1$

5.b) Montrer que la suite v suit la même relation de récurrence que la suite u et conclure.

EXERCICE N°4 Algorithme de Héron (un premier contact)

On donne a et b deux nombres réels tels que : $a > 0$ et $b > \sqrt{a}$.

On donne également la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{a}{x}\right)$.

On considère la suite u définie par $\begin{cases} u_0 = b \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

Notre but est de comprendre que le terme u_n tend vers $\sqrt{a}$.

1) Un premier cas : $a = 2$ et $b = 5$.

1.a) Calculer les cinq premiers termes de la suite.

1.b) À l'aide de la calculatrice, conjecturer, si elle existe, la limite de la suite u et la comparer avec $\sqrt{a}$.

2) Un premier cas : $a = 5$ et $b = 10$.

2.a) Calculer les cinq premiers termes de la suite.

2.b) À l'aide de la calculatrice, conjecturer, si elle existe, la limite de la suite u et la comparer avec $\sqrt{a}$.