

ÉTUDE DE FONCTIONS E01

EXERCICE N°1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=(x-3)^2+1$

1) Soient a et b deux réels tels que $3 \leq a < b$

1.a) Démontrer que $f(b)-f(a)=(b-a)(b+a-6)$

1.b) Quel est le signe de $b+a-6$? Quel est le signe de $b-a$?

1.c) En déduire le signe de $f(b)-f(a)$

1.d) En utilisant la définition du sens de variation d'une fonction, déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[3 ; +\infty[$

2) Démontrer que f est décroissante sur $] -\infty ; 3]$

3) La fonction f admet-elle un extremum ? Si oui que vaut-il et en quelle valeur de x est-il atteint ?

EXERCICE N°2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x)=x^2-6x+12$

1) Conjecturer le minimum m de f sur \mathbb{R} .

2) Étudier le signe de $f(x)-m$ pour valider la conjecture.

EXERCICE N°3

1) Soit l'expression $A=(3x-2)^2-16$

1.a) Développer et réduire A

1.b) Factoriser A

2) f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x)=(3x-2)^2-16$

2.a) Calculer les images de 0 ; 1 et -3

2.b) Déterminer par le calcul, s'ils existent, les antécédents de 0 ; -16 et -25

2.c) Pour quelles valeurs de x cette fonction est-elle positive ?

2.d) Déterminer l'extremum de cette fonction.

EXERCICE N°4

On considère la fonction f définie pour tout réel x différent de -2 par $f(x)=\frac{1}{x+2}$

1) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur la calculatrice.

2) Conjecturer le sens de variation de la fonction f sur $] -\infty ; -2[$ et sur $] -2 ; +\infty[$

3) Soient a et b deux réels appartenant à l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ tels que $a < b$.

3.a) Montrer que $f(b)-f(a) = \frac{a-b}{(b+2)(a+2)}$

3.b) à l'aide de la règle des signes démontrer que $f(b)-f(a) \leq 0$ sur $] -2 ; +\infty[$.

3.c) En déduire le sens de variation de la fonction f sur $] -2 ; +\infty[$.

4)

4.a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=4$.

4.b) Vérifier la conjecture en résolvant algébriquement l'équation $f(x)=4$.

5) Montrer que $f(x)-2 = \frac{-2x-3}{x+2}$

6) En utilisant un tableau de signes, déterminer l'ensemble de solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$.

EXERCICE N°5

Quelle valeur maximale peut-on obtenir quand on soustrait à un nombre réel son carré ?

EXERCICE N°6

Quelle somme minimale peut-on obtenir quand on ajoute un nombre strictement positif à son inverse ?

ÉTUDE DE FONCTIONS E01

EXERCICE N°1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=(x-3)^2+1$

1) Soient a et b deux réels tels que $3 \leq a < b$

1.a) Démontrer que $f(b)-f(a)=(b-a)(b+a-6)$

1.b) Quel est le signe de $b+a-6$? Quel est le signe de $b-a$?

1.c) En déduire le signe de $f(b)-f(a)$

1.d) En utilisant la définition du sens de variation d'une fonction, déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[3 ; +\infty[$

2) Démontrer que f est décroissante sur $] -\infty ; 3]$

3) La fonction f admet-elle un extremum ? Si oui que vaut-il et en quelle valeur de x est-il atteint ?

EXERCICE N°2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x)=x^2-6x+12$

1) Conjecturer le minimum m de f sur \mathbb{R} .

2) Étudier le signe de $f(x)-m$ pour valider la conjecture.

EXERCICE N°3

1) Soit l'expression $A=(3x-2)^2-16$

1.a) Développer et réduire A

1.b) Factoriser A

2) f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x)=(3x-2)^2-16$

2.a) Calculer les images de 0 ; 1 et -3

2.b) Déterminer par le calcul, s'ils existent, les antécédents de 0 ; -16 et -25

2.c) Pour quelles valeurs de x cette fonction est-elle positive ?

2.d) Déterminer l'extremum de cette fonction.

EXERCICE N°4

On considère la fonction f définie pour tout réel x différent de -2 par $f(x)=\frac{1}{x+2}$

1) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur la calculatrice.

2) Conjecturer le sens de variation de la fonction f sur $] -\infty ; -2[$ et sur $] -2 ; +\infty[$

3) Soient a et b deux réels appartenant à l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ tels que $a < b$.

3.a) Montrer que $f(b)-f(a) = \frac{a-b}{(b+2)(a+2)}$

3.b) à l'aide de la règle des signes démontrer que $f(b)-f(a) \leq 0$ sur $] -2 ; +\infty[$.

3.c) En déduire le sens de variation de la fonction f sur $] -2 ; +\infty[$.

4)

4.a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=4$.

4.b) Vérifier la conjecture en résolvant algébriquement l'équation $f(x)=4$.

5) Montrer que $f(x)-2 = \frac{-2x-3}{x+2}$

6) En utilisant un tableau de signes, déterminer l'ensemble de solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$.

EXERCICE N°5

Quelle valeur maximale peut-on obtenir quand on soustrait à un nombre réel son carré ?

EXERCICE N°6

Quelle somme minimale peut-on obtenir quand on ajoute un nombre strictement positif à son inverse ?