# LES DROITES

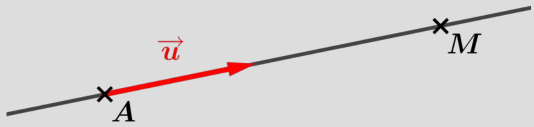
Dans tout ce chapitre, on se place dans un plan muni un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$

## I Différentes façons de décrire une droite

### I.1 Avec un point et un vecteur

**Propriété n°1.**

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et $A$ un point.




L'ensemble des points $M$ tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires est une droite.

**preuve :**

Fixons un point $N$ tel que $\overrightarrow{AN}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires et considérons la droite $(AN)$ .

▪ Si un point $M$ est tel que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires alors $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont aussi colinéaires.

On en déduit que $(AN)//(AM)$ (au sens large)

et comme $A\in(AN)$ et $A\in(AM)$ , ces droites sont confondues.

Ainsi $M\in(AN)$

▪ Si un point $M$ appartient à $(AN)$ alors $(AN)//(AM)$ (au sens large) et donc $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.

Ainsi $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires. ***cqfd***

**Remarque n°1.** ***(sur la preuve précédente)***

▪ Le deuxième point nous dit que tous les points de la droite $(AN)$ répondent à la condition et le premier point nous dit qu'il n'y en a pas d'autre.

▪ Le point $N$ existe il suffit de prendre l'image de $A$ par la translation de vecteur $\vec{u}$ .

**Définition n°1.** ***Vecteur directeur***

$\vec{u}$ est appelé un vecteur directeur de cette droite.

**Remarque n°2.**

Pour définir une droite, il nous suffit donc d'un vecteur non nul ET d'un point.

**Remarque n°3.**

Une fois le point $A$ choisi, le vecteur $\vec{u}$ n'est pas unique : tout autre vecteur non nul qui lui est colinéaire engendrera la même droite.

**preuve :**

Remplacer $\vec{u}$ par l'autre vecteur en question dans la preuve de la propriété n°1…

**Propriété n°2.**

Soient $A$ et $B$ deux points et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

Soient $d$ la droite de vecteur directeur $\vec{u}$ et passant par $A$ ainsi que $d'$ la droite de vecteur directeur $\vec{v}$ et passant par $B$ .

$d$ et $d'$ sont parallèles si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

**preuve :**

Notons $N$ et $N'$ les images respectives de $A$ et $B$ par les translations de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ . On sait, grâce à la remarque n°1 et la preuve de la propriété n°1 que : $d$ et $(AN)$ sont confondues et que $d'$ et $(BN')$ le sont aussi.

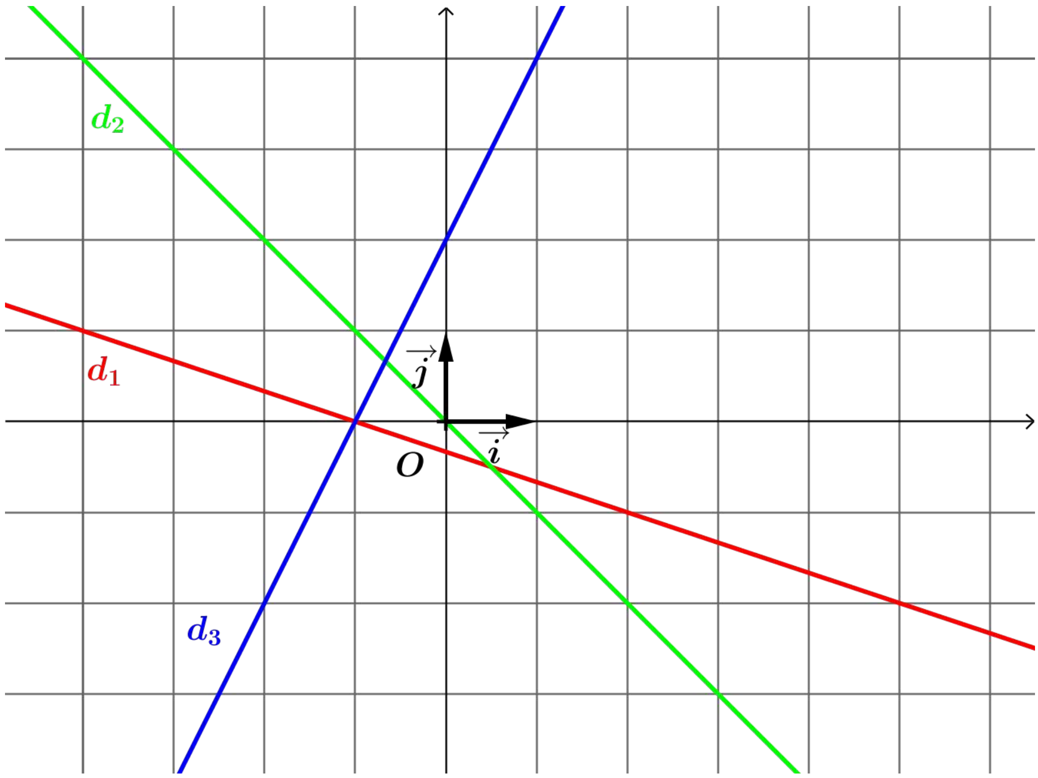
$d//d' \Leftrightarrow (AN)//(BN') \Leftrightarrow \overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{BN'}$ colinéaires $\Leftrightarrow \vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires

# *Les droites E01*

## *EXERCICE N°1*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

Par lecture graphique, décrire chacune des droites représentées ci-dessous, par un point et un vecteur directeur.




## *EXERCICE N°2*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

Soit $d$ la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ passant par le point $A(-1\ ;\ 2)$

**1)** Donner les coordonnées de deux autres vecteurs directeurs de $d$

**2)** Décrire une droite (strictement) parallèle à la droite $d$

## *EXERCICE N°3*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

Représenter la droite $d$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ passant par le point $A(-2\ ;\ 3)$ et la droite $d'$ de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ passant par le point $B(-1\ ;\ 2)$

## I.2 Avec une équation cartésienne

***Propriété n°3.***

Soient $a, b$ et $c$ trois nombres réels tels au moins l'un des nombres $a$ et $b$ est non nul.
L'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $a\,x+b\,y+c=0$ est une droite $d$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ et passant par $A(x_A\ ;\ y_A)$ où $A$ est un point tel que $a\,x_A+b\,y_A+c=0$ .

***preuve :***

**Les préparatifs**

Soient $a, b$ et $c$ trois nombres réels tels au moins l'un des nombres $a$ et $b$ est non nul.
Notons $(C)$ l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $ax+by+c=0$ et fixons $A(x_A\ ;\ y_A)$ appartenant à $(C)$ c'est à dire que : $a\,x_A+b\,y_A+c=0$ ou encore : $c=-a\,x_A-b\,y_A$
Notons $d$ la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ et passant par $A$ .

**Le plan**

▪ Nous allons montrer dans un premier temps que tous les points dont les coordonnées vérifient l'équation $a\,x+b\,y+c=0$ appartiennent à une droite $d$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ . Nous aurons alors $(C)\subset d$

▪ Puis dans un second temps nous allons montrer que $d\subset(C)$ , c'est à dire que si $M(x\ ;\ y)$ appartient à la droite $d$ alors ses coordonnées vérifient $a\,x+b\,y+c=0$

**La preuve**

▪ Dans ce premier temps , notre but est de démontrer que :
Si $M(x\ ;\ y)\in(C)$ alors $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-x_A\\y-y_A\end{pmatrix}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

$$\begin{aligned}
det(\overrightarrow{AM}\ ;\ \vec{u}) &= (x-x_A)\times a-(y-y_A)\times(-b)\\
&= a\,x-a\,x_A+b\,y-b\,y_A\\
&= a\,x+b\,y+\underbrace{(-a\,x_A-b\,y_A)}_{c}\\
&= ax+b\,y+c\\
&= 0
\end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont bien colinéaires, ce qui signifie que $M$ appartient à la droite $d$ de vecteur directeur $\vec{u}$ et passant par $A$

▪ Dans ce second temps, notre but est de démontrer que :
Si $M(x\ ;\ y)\in d$ alors $a\,x+b\,y+c=0$ où $c=-a\,x_A-b\,y_A$

$$\begin{aligned}
M(x\ ;\ y)\in d &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-x_A\\y-y_A\end{pmatrix} \text{ et } \vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix} \text{ sont colinéaires}\\
&\Leftrightarrow det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0\\
&\Leftrightarrow (x-x_A)\times a-(y-y_A)\times(-b)=0\\
&\Leftrightarrow ax-ax_A+by-by_A=0\\
&\Leftrightarrow ax+by+\underbrace{(-ax_A-by_A)}_{c}\\
&\Leftrightarrow ax+by+c=0 \quad \text{, où } c=-ax_A-by_A
\end{aligned}$$

Ainsi les coordonnées de $M$ vérifient bien $a\,x+b\,y+c=0$

***Définition n°2.*** ***Équation cartésienne***

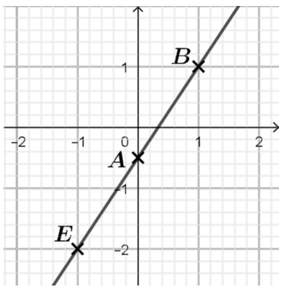
On dit alors que $ax+by+c=0$ est une équation cartésienne de la droite $d$

***Remarque n°4.***

La droite $d$ de vecteur directeur $\vec{u}$ passe par le point :

$A\left(\frac{-c}{a}\ ;\ 0\right)$ si $b=0$ , sinon par $A\left(0\ ;\ \frac{-c}{b}\right)$

***Exemple n°1.*** ***De l'équation cartésienne vers un vecteur directeur***




On se donne une droite $D$ d'équation cartésienne : $3x-2y-1=0$ .

On identifie : $a=3$ , $b=-2$ et $c=-1$

On peut alors déterminer un vecteur directeur de $D$ : $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

et un point appartenant à $D$ : $A\left(0\ ;\ -\frac{1}{2}\right)$

Ici on a utilisé la remarque n°4, mais on peut bien sûr trouver d'autres points :
le point de coordonnées $(1\ ;\ 1)$ est aussi un point de $D$

***Exemple n°2.*** ***Du vecteur directeur vers une équation cartésienne***

On se donne une droite $D$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ passant par le point $E(-1\ ;\ -2)$ . On identifie : $a=3$ , $b=-2$

(relire la propriété n°3 pour comprendre le « - »devant le « 2 »)

On calcule alors $c\ =\ -ax_E-by_E\ =\ -3\times(-1)-(-2)\times(-2)\ =\ -1$

On peut alors écrire une équation cartésienne de $D$ : $3x-2y-1=0$

***Remarque n°5.***

$D$ possède une infinité d'équations cartésiennes, par exemple :

$6x-4y-2=0$ , $-6x+4y+2=0$ , $30x-20y-10=0$ …

# *LES DROITES E02*

## *EXERCICE N°1*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

Déterminer une équation cartésienne de la droite $d$ passant par $A(6\ ;-2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

## *EXERCICE N°2*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

On donne les points $A(2\ ;4)$ ; $B(-1\ ;5)$ et $C(3\ ;1)$ .

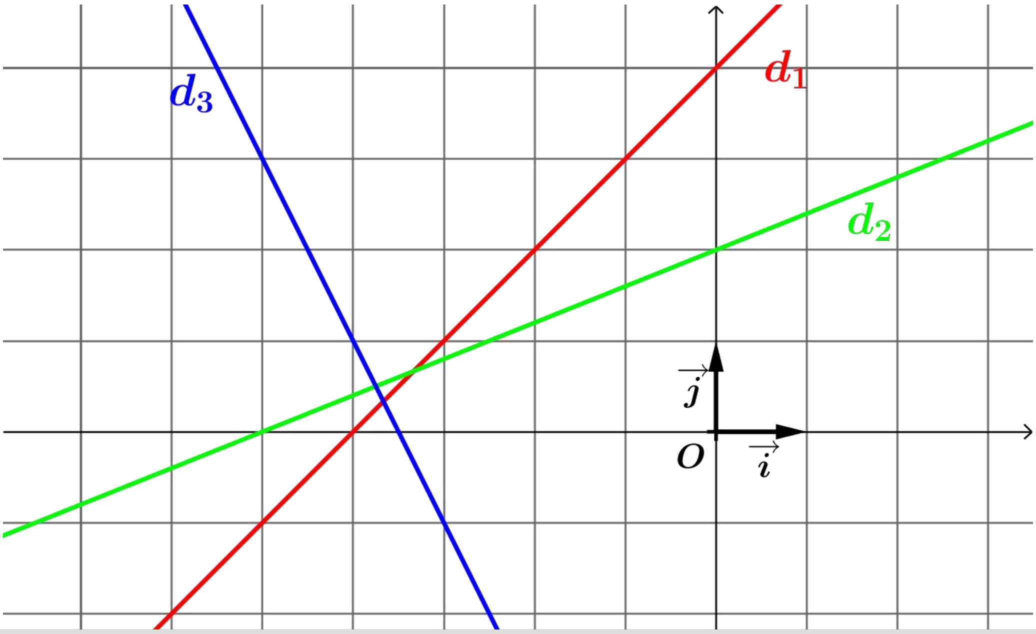
**1)**
**1.a)** Calculer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite $(AC)$
**1.b)** En déduire une équation cartésienne de la droite $(AC)$

**2)** Déterminer une équation cartésienne de la droite $(BC)$

## *EXERCICE N°3*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites représentées ci-dessous.




## *EXERCICE N°4*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

**1)** Représenter :
**1.a)** la droite $d$ d'équation $2x+3y-4=0$
**1.b)** et la droite $d'$ d'équation $x-y+5=0$
(On omettra souvent le mot « cartésienne », il sera sous-entendu)
**2)** le point $A(-3\ ;2)$ appartient-il à l'une de ces droites ?

# LES DROITES E02

**Correction de l'exercice n°4**

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ .

**1)** Représenter :

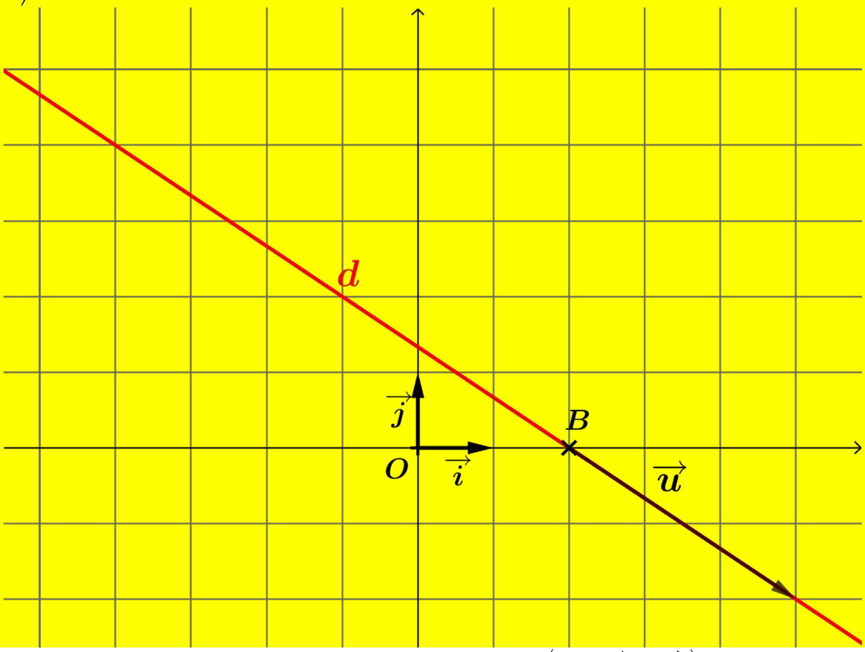
**1.a)** la droite $d$ d'équation $2x+3y-4=0$

Le point de coordonnées $\left(0\ ;\dfrac{4}{3}\right)$ appartient à $d$ mais n'est pas pratique à placer, on en cherche donc un autre.

On remarque que $2\times2+3\times0-4=0$ On choisit donc le point $B(2\ ;0)$

On note $B(2\ ;0)$ qui appartient à $d$ car $2\times2+3\times0-4=0$

On note $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$



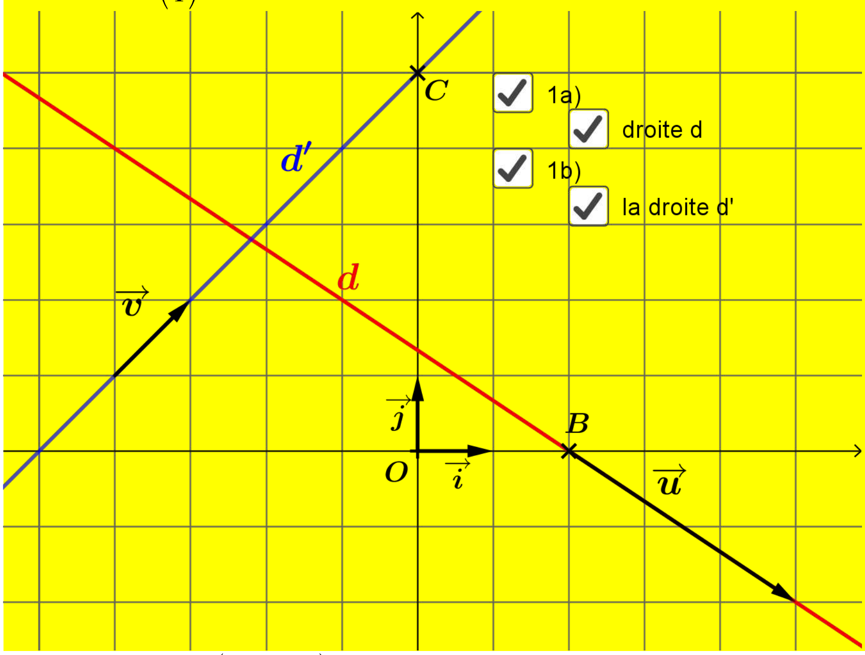

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ .

**1.b)** et la droite $d'$ d'équation $x-y+5=0$

(On omettra souvent le mot « cartésienne », il sera sous-entendu)

On note $C(0\ ;5)$ qui appartient à $d'$ car $0-5+5=0$

On note $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$




**2)** le point $A(-3\ ;2)$ appartient-il à l'une de ces droites ?

$A\notin d$ car $2\times(-3)+3\times2-4\neq0$

$A\in d'$ car $-3-2+5=0$

## I.3 Avec une équation réduite

***Propriété n°4.***

Soit $d$ une droite parallèle à l'axe des ordonnées.
Une équation cartésienne de la droite $d$ peut s'écrire sous la forme $x=k$ avec $k\in\mathbb{R}$

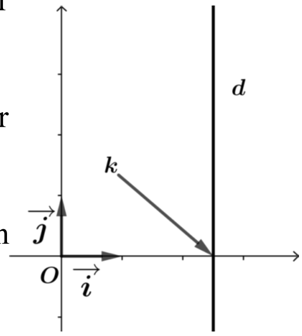
***preuve :***

L'axe des ordonnées est une droite qui est dirigée par le vecteur $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

La droite $d$ lui étant parallèle elle est aussi dirigée par $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ .

Une équation cartésienne est alors $1\times x+0\times y+c=0$ que l'on note bien sûr $x+c=0$ avec $c\in\mathbb{R}$

En posant $k=-c$ , on obtient bien $x=k$ .




***Remarque n°6.***

La droite étant parallèle à l'axe des ordonnées, tous ses points ont la même abscisse : $k$

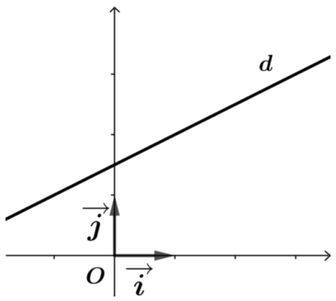
***Définition n°3.*** ***Équation réduite d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées.***

L'équation $\boxed{x=k}$ est appelée : **équation réduite** de $d$ .

***Propriété n°5.*** ***Équation réduite d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées***

Soit $d$ une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.
L'**équation réduite** de $d$ peut s'écrire $\boxed{y=mx+p}$ avec $m$ et $p$ des nombres réels.

***preuve :***




Puisque $d$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, on peut trouver deux réels $a$ et $b$ avec $b\neq 0$ tels que le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ dirige $d$ .

(si on avait $b=0$ alors $d$ serait parallèle à l'axe des ordonnées, ce qui n'est pas le cas)

On sait alors qu'une équation cartésienne de $d$ est : $ax+by+c=0$ avec $c\in\mathbb{R}$

On peut réduire cette équation en isolant $y$ :

$$y=\frac{-a}{b}x+\frac{-c}{b}$$

(c'est possible car $b\neq 0$ , d'où l'importance de ne pas être parallèle à l'axe des ordonnées)

Il suffit alors de poser : $m=\frac{-a}{b}$ et $p=\frac{-c}{b}$ pour obtenir : $y=mx+p$

***Définition n°4.*** ***(petit rappel)***

$m$ est **la pente** ou le **coefficient directeur** de $d$ et
$p$ est **l'ordonnée à l'origine** de $d$

***Remarque n°7.***

Soit $f$ une fonction affine telle que $f(x)=mx+p$ alors sa représentation graphique a pour équation $y=mx+p$ et nous savons à présent que c'est bien une droite non parallèle à l'axe des ordonnées. (Souvenez-vous de la propriété n°1 du cours fonctions affines et équations)

***Remarque n°8.***

Si une droite $d$ admet comme équation réduite $y=mx+p$ alors on peut écrire : $mx-y+p=0$ et en déduire qu'un vecteur directeur de $d$ est : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ .

La propriété suivante est alors évidente.

***Propriété n°6.***

Soient $d$ et $d'$ d'équations réduites respectives :
$y=mx+p$ et $y=m'x+p'$
Alors : $\boldsymbol{d // d' \Leftrightarrow m=m'}$

***Propriété n°7.***

Soit $d$ d'équation réduite $y=mx+p$
Soient $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ deux points appartenant à $d$, alors :
$m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

***preuve :***

On sait que $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ est un coefficient directeur de $d$ et on remarque aussi que $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ en est un autre. Par conséquent ces vecteurs sont colinéaires et on peut écrire :

$$\begin{aligned}det(\overrightarrow{AB}\ ;\ \vec{u})=0 &\Leftrightarrow (x_B-x_A)\times m-(y_B-y_A)\times 1 = 0\\ &\Leftrightarrow (x_B-x_A)\times m=y_B-y_A\\ &\Leftrightarrow m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\end{aligned}$$

# *LES DROITES E03*

## *EXERCICE N°1*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

$d$ désigne la droite d'équation $y=-2x-5$ , les points suivants appartiennent-ils à $d$ ?

$A(-1\ ;7)$ ; $B(2\ ;-9)$ ; $C\left(\frac{13}{4}\ ;1{,}5\right)$ .

## *EXERCICE N°2*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

On considère les points $A(-3\ ;1)$ ; $B(5\ ;4)$ ; $C(2\ ;-2)$ et $D(5\ ;-1)$

**1)** Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont-elles sécantes ?

**2)** Les droites $(AC)$ et $(BD)$ sont-elles sécantes ?

## *EXERCICE N°3*

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ .

Démontrer le point $S(-3\ ;4)$ est le point d'intersection de la droite $d$ d'équation $y=-5x-11$ et de la droite $d'$ d'équation $y=2x+10$

# *II Systèmes d'équations*

## *II.1 Système linéaire de deux équations à deux inconnues*

***Définition n°5. Qu'est-ce qu'un système ?***

Un système linéaire de deux équations à deux inconnues $x$ et $y$ peut s'écrire sous la forme $\begin{cases} ax+by=k \\ a'x+b'y=k' \end{cases}$

où $a, b, k, a', b'$ et $k'$ sont des nombres réels.

***Exemple n°3.***

$\begin{cases} -x+y=7 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ est un système d'inconnues $x$ et $y$

***Définition n°6. Qu'est-ce qu'une solution d'un système ?***

Une solution d'un système de deux équations à deux inconnues est un couple de valeurs $(x\ ;\ y)$ qui vérifient simultanément les deux équations.

***Exemple n°4.***

Pour $\begin{cases} -x+y=7 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$,

Le couple $(-2\ ;\ 5)$ est une solution de ce système. En effet :

$-(-2)+5=7$ ET $2\times(-2)+3\times5=11$

Par contre le couple $(2\ ;\ 9)$ n'est pas une solution de ce système. En effet :

$-2+9=7$ mais $2\times2+3\times9\neq11$

Dès que l'une, au moins, des deux équations n'est pas vérifiée, le couple n'est pas solution.

***Définition n°7. Qu'est-ce-que résoudre un système ?***

Résoudre un système c'est trouver TOUTES les solutions.

## *II.2 Systèmes et droites quel rapport ?*

***Remarque n°9.***

Dans le système $\begin{cases} ax+by=k \\ a'x+b'y=k' \end{cases}$

en posant $c=-k$ et $c'=-k'$, on peut écrire :

$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$.

On peut alors considérer que :

$ax+by+c=0$ est une équation cartésienne d'une droite $d$ et que

$a'x+b'y+c'=0$ est une équation cartésienne d'une droite $d'$

Une solution du système représente alors les coordonnées d'un point commun aux deux droites et par conséquent résoudre le système revient à trouver TOUS les points commun à $d$ et $d'$.

Il y a donc trois cas de figure possibles :

▪ Les **droites sont sécantes**, elles n'ont qu'un seul point commun et donc le système possède **une est une seule solution** : Les coordonnées $(x_0\ ;\ y_0)$ du point d'intersection des deux droites.

L'ensemble des solutions est : $\{(\boldsymbol{x_0}\ ;\ \boldsymbol{y_0})\}$

▪ Les **droites sont** (strictement) **parallèles**, elles n'ont aucun point commun et donc le système n'a **aucune solution**.

**L'ensemble des solutions est :** $\boldsymbol{\varnothing}$

▪ Les **droites sont confondues** (les deux équations définissent la même droite), il y a une **infinité de solutions** qui est l'ensemble des couples $(x\ ;\ y)$ vérifiant $ax+by+c=0$ (ou $a'x+b'y+c'=0$ puisque c'est pareil…)

L'ensemble des solutions est : $\{(\boldsymbol{x}\ ;\ \boldsymbol{y})\ |\ \boldsymbol{a\,x+b\,x+c=0}\}$

# LES DROITES

## II.3 Comment résoudre un système ?

### *Méthode n°1. La méthode par substitution*

Résoudre le système : $\begin{cases} 3x+2y=-5 \\ -2x+y=8 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x+2y=-5 \\ -2x+y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=-5 \\ y=8+2x \end{cases}$$ On exprime une inconnue en fonction de l'autre dans l'une des équations

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2(8+2x)=-5 \\ y=8+2x \end{cases}$$ On substitue à $y$ sa valeur en fonction de $x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x+16=-5 \\ y=8+2x \end{cases}$$ On simplifie

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-21}{7} \\ y=8+2x \end{cases}$$ On résout l'équation d'inconnue $x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=8+2\times(-3) \end{cases}$$ On remplace $x$ par sa valeur dans l'autre équation

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$$ On détermine $y$

L'ensemble des solutions de ce système est donc : $\{(\mathbf{-3}\ ;\ \mathbf{2})\}$

# LES DROITES E04

**EXERCICE N°1**

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de substitution :

**1)** $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+5y=-6 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 3a+b=3 \\ 5a+2b=-4 \end{cases}$

### *Méthode n°2. La méthode par combinaison*

Résoudre le système : $\begin{cases} 2x+3y=1 & (L_1) \\ -4x+5y=-13 & (L_2) \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ -4x+5y=-13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=2 & (2L_1) \\ -4x+5y=-13 & (L_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11y=-11 & (2L_1+L_2) \\ -4x+5y=-13 & (L_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 & (2L_1+L_2) \\ -4x+5y=-13 & (L_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ -4x+5\times(-1)=-13 \end{cases}$$ On remplace $y$ par sa valeur

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=2 \end{cases}$$ On résout l'équation restante

L'ensemble des solutions de ce système est donc : $\{(\mathbf{-1}\ ;\ \mathbf{2})\}$

# LES DROITES E04

**EXERCICE N°2**

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de combinaison:

**1)** $\begin{cases} -x+10y=-1 \\ 2x+5y=8 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 2a+5b=-3 \\ 5a+2b=3 \end{cases}$

# *LES DROITES E04*

## *EXERCICE N°3*

Résoudre les systèmes suivants :

**1)** $\begin{cases} 4x-5x+3=0 \\ 2x+y-1=0 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 3a-b-21=0 \\ 4a-3b-4=0 \end{cases}$

# *LES DROITES E05*

## *EXERCICE N°1*

Au restaurant, la famille Alister a payé 112 € pour trois menus « adulte » et un menu « enfant». La famille Lambert a payé 94 € pour deux menus « adulte» et deux menus « enfant».

**1)** En appelant $x$ le prix d'un menu «adulte » et $y$ le prix d'un menu « enfant», écrire un système d'équations qui permet de trouver le prix de chacun des menus.

**2)** Résoudre le système.

**3)** Donner le prix du menu « adulte» et celui du menu « enfant».

## *EXERCICE N°2*

Valérie dispose d'une somme de 100 € pour acheter des livres qu'elle choisit dans deux séries différentes $A$ et $B$. Si elle choisit 4 livres de la série $A$ et 5 livres de la série $B$, il lui manque 3 €. Si elle choisit 5 livres de la série $A$ et 3 livres de la série $B$, il lui reste 0,50 €.

**1)** Traduire les données par un système.

**2)** Déterminer le prix d'un livre de chaque sorte.

## *EXERCICE N°3*

Lors d'un examen, il y a deux sortes de questions les questions « faciles » valent 2 points et les « difficiles » 5 points. Pour chaque question, si on a juste, on a le maximum de points, sinon, on a zéro. Alice a obtenu 70 points avec 17 réponses correctes.

À combien de questions de chaque sorte a-t-elle correctement répondu ?

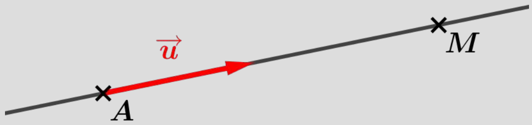
## *EXERCICE N°4*

J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons à nous deux 63 ans.

Quel est mon âge ?

# III Le résumé du cours

On peut définir une droite à l'aide d'**un vecteur directeur** et d'un point $A(x_A\ ;\ y_A)$ .




$M(x\ ;\ y)$ est sur la droite $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$ $det(\overrightarrow{AM}\ ;\ \vec{u})=0$

**équation cartésienne**

On peut définir une droite à l'aide d'une **équation cartésienne** : $\boldsymbol{a\,x+b\,y+c=0}$

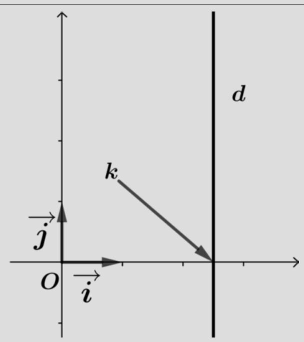
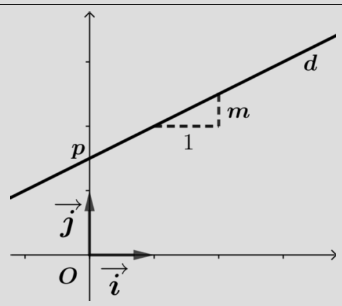
Un **vecteur directeur** est alors $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ et la droite passe par le point :

$A\left(\frac{-c}{a}\ ;\ 0\right)$ si $b=0$ , sinon par $A\left(0\ ;\ \frac{-c}{b}\right)$

Chaque droite possède une infinité d'équations cartésiennes (il suffit de multiplier $a\,,b$ et $c$ par un même nombre non nul)

**équation réduite**

On peut réduire une équation cartésienne afin d'obtenir une **équation réduite**.

| | |
|---|---|
| Si la droite est **PARALLÈLE** à l'**axe des ordonnées** alors son équation réduite est de la forme : $\boldsymbol{x=k}$ | Si la droite est **NON PARALLÈLE** à l'**axe des ordonnées** alors son équation réduite est de la forme : $\boldsymbol{y=m\,x+p}$ <br> $m$ est la pente ou le coefficient directeur <br> $p$ est l'ordonnée à l'origine |
| Vecteur directeur : $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ ( $\vec{u}=\vec{j}$ ) | Vecteur directeur : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ |
|   |   Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ appartiennent à $d$ alors : $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ |

**Systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues**

Chercher les points communs à deux droites revient à résoudre un **système linéaire de deux équations à deux inconnues** : $\begin{cases}\boldsymbol{a\,x+b\,y=k} & \text{une équation cartésienne de } d\\ \boldsymbol{a'\,x+b'\,y=k'} & \text{une équation cartésienne de } d'\end{cases}$

▪ Si les droites sont sécantes l'ensemble des solutions est $\{(\boldsymbol{x_0\ ;\ y_0})\}$ où $(x_0\ ;\ y_0)$ représente les coordonnées du point d'intersection de $d$ et $d'$ (il y a donc une solution unique)

▪ Si les droites sont confondues, l'ensemble des solutions est $\{(\boldsymbol{x\ ;\ y})\ |\ \boldsymbol{a\,x+b\,x=k}\}$ (il y a donc une infinité de solutions).

▪ Si les droites sont parallèles, l'ensemble des solutions est vide . (il n'y a aucune solution)

Il faut savoir résoudre un système de deux équations à deux inconnues, pour cela il faut être capable de reproduire les deux méthodes de la page 6.