LA FONCTION CUBE M01

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

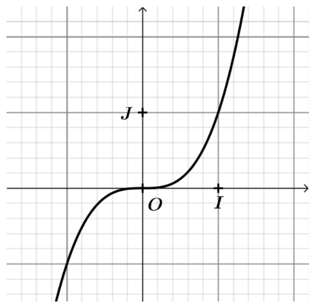
1) Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-5x^3+6x$ est impaire.

2) Démontrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4x^3-7$ n'est pas impaire.

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

On considère ci-contre la courbe représentative de la fonction cube dans un repère $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.



1) Lire graphiquement le(s) antécédent(s) du nombre $1{,}6$. On donnera le résultat au dixième près.

2) Quel est l'antécédent du nombre réel $-1{,}6$? Justifier la réponse.

EXERCICE N°3

VOIR LE CORRIGÉ

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x)=-4x^3$.

1) Démontrer que cette fonction est impaire.

2) Que peut-on en déduire sur sa courbe représentative ?

3) Sans calcul, donner la valeur de $f\left(\frac{\pi-3}{4}\right)+f\left(\frac{3-\pi}{4}\right)$.

EXERCICE N°4

VOIR LE CORRIGÉ

Sans utiliser de calculatrice, comparer les nombres suivants :

1) $0{,}9\ ;\ 0{,}9^2\ ;\ 0{,}9^3$

2) $1{,}75\ ;\ 1{,}75^2\ ;\ 1{,}75^3$

3) $\frac{7}{9}\ ;\ \left(\frac{7}{9}\right)^2\ ;\ \left(\frac{7}{9}\right)^3$

4) $\frac{\pi-1}{\pi}\ ;\ \left(\frac{\pi-1}{\pi}\right)^2\ ;\ \left(\frac{\pi-1}{\pi}\right)^3$

LA FONCTION CUBE M01C

EXERCICE N°1 ***(le corrigé)*** RETOUR À L'EXERCICE 1

1) Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-5x^3+6x$ est impaire.

Soit $x \in \mathbb{R}$.

Propriété n°1

$$f(-x) = -5\times(-x)^3+6\times(-x) = -5\times(-x^3)+6\times(-x) = -(-5x^3+6x) = -f(x)$$

Mise en facteur de (-1)

Ainsi f est impaire.

2) Démontrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4x^3-7$ n'est pas impaire.

Pour contredire une propriété, un contre-exemple suffit. On choisit donc une valeur de x qui ne vérifie pas « $g(-x)=-g(x)$ ».

Par exemple avec $x=2$,

$g(-1)=4(-1)^3-7=-11$, $g(1)=4\times1^3-7=-3$

et bien sûr $g(-1)=-11 \neq 3=-g(x)$

Ainsi g ne peut pas être impaire.

Remarques :

Si une propriété est vraie alors elle vraie pour tout x .

Donc si on veut montrer qu'elle vraie, on doit le faire pour tout x (On passe alors par le calcul littéral comme à la question 1)

Par contre, la négation de « pour tout x » est « il existe (au moins) un x »

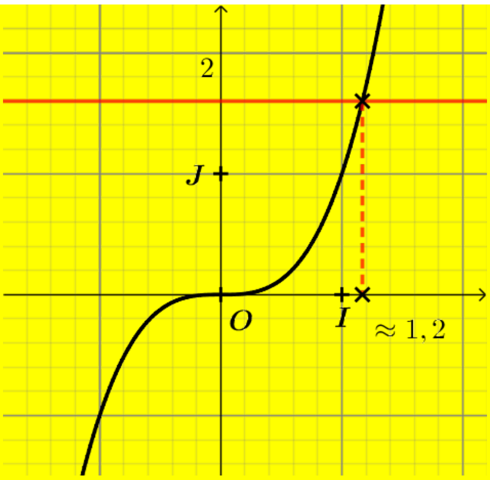
Donc si on veut montrer que la propriété est fausse, il suffit de trouver une valeur de x pour laquelle elle est mise en défaut. (On choisit alors un contre-exemple numérique, comme à la question 2).

EXERCICE N°2 (le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 2

On considère ci-contre la courbe représentative de la fonction cube dans un repère $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.

1) Lire graphiquement le(s) antécédent(s) du nombre $1{,}6$. On donnera le résultat au dixième près.



On trace la droite d'équation $y=1{,}6$ puis on lit l'abscisse du point d'intersection avec la courbe.

2) Quel est l'antécédent du nombre réel $-1{,}6$? Justifier la réponse.

Ici la lecture graphique n'est pas possible (c'est fait pour) car l'ordonnée $-1{,}6$ n'est pas dans le cadre. Il faut donc réfléchir… que savons nous de la fonction cube ? … Elle est impaire !

On sait que la fonction cube est impaire donc si x est un antécédent de $1{,}6$ alors $-x$ est un antécédent de $-1{,}6$. (car $f(-1{,}2) = -f(1{,}2)$)
On en déduit que l'antécédent de $-1{,}6$ vaut environ $-1{,}2$.

EXERCICE N°3 (Le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 3

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x)=-4x^3$.

1) Démontrer que cette fonction est impaire.

Soit $x \in \mathbb{R}$

Relire la preuve de la propriété n°1

$$f(-x) = -4\times(-x)^3 = -4\times(-x^3) = 4x^3 = -f(x)$$

Donc f est bien impaire

2) Que peut-on en déduire sur sa courbe représentative ?

On en déduit que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.

3) Sans calcul, donner la valeur de $f\left(\frac{\pi-3}{4}\right)+f\left(\frac{3-\pi}{4}\right)$.

$$f\left(\frac{\pi-3}{4}\right)+f\left(\frac{3-\pi}{4}\right) = 0$$

bah oui mais pourquoi ? Parce ce que…(regardez la question 1...)

LA FONCTION CUBE M01C

EXERCICE N°4 (le corrigé)

RETOUR À L'EXERCICE 4

Sans utiliser de calculatrice, comparer les nombres suivants :

1) $0{,}9\ ;\ 0{,}9^2\ ;\ 0{,}9^3$

2) $1{,}75\ ;\ 1{,}75^2\ ;\ 1{,}75^3$

3) $\dfrac{7}{9}\ ;\ \left(\dfrac{7}{9}\right)^2\ ;\ \left(\dfrac{7}{9}\right)^3$

4) $\dfrac{\pi-1}{\pi}\ ;\ \left(\dfrac{\pi-1}{\pi}\right)^2\ ;\ \left(\dfrac{\pi-1}{\pi}\right)^3$

1) $0{,}9 > 0{,}9^2 > 0{,}9^3$

2) $1{,}75 < 1{,}75^2 < 1{,}75^3$

3) $\dfrac{7}{9} > \left(\dfrac{7}{9}\right)^2 > \left(\dfrac{7}{9}\right)^3$

4) $\dfrac{\pi-1}{\pi} > \left(\dfrac{\pi-1}{\pi}\right)^2 > \left(\dfrac{\pi-1}{\pi}\right)^3$

Pour les questions 1, 3 et 4 :
$0{,}9\ ;\ \dfrac{7}{9}$ et $\dfrac{\pi-1}{\pi}$ se situent tous dans l'intervalle $]0\ ;\ 1[$.

(Pourquoi l'intervalle ouvert ? Parce que je veux conserver des inégalités strictes, c'est tout)

Pour la question 2 :
$1{,}75$ est dans l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$