PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E07

EXERCICE N°1

Dans un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$, placer le point $U(8\ ;7)$ et le point T milieu de $[OU]$.

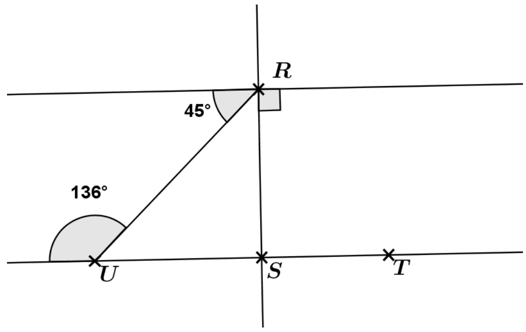
1) Construire le point R, projeté orthogonal de T sur l'axe des abscisses et le point S, projeté orthogonal de U sur l'axe des abscisses.

2) Montrer que le point R est le milieu de $[OS]$ et calculer ses coordonnées.

EXERCICE N°2 Démontrer par l'absurde

On considère la figure suivante dans laquelle point T appartient à la droite (US)

En raisonnant par l'absurde, montrer que le point S n'est pas le projeté orthogonal du point R sur la droite (UT).



EXERCICE N°3

A et B sont deux points distants de 4cm. Déterminer l'ensemble des points M situés à 5 cm de la droite (AB) et à 5 cm du point A.

EXERCICE N°4

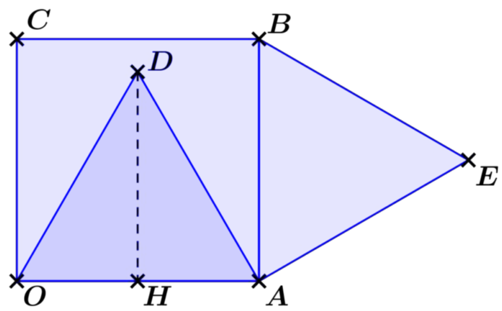
$OABC$ est un carré de côté 1, les triangles ODA et ABE sont équilatéraux.

On se place dans le repère $(O\ ;\overrightarrow{OA}\ ;\overrightarrow{OC})$

1) Calculer la hauteur DH du triangle OAD

2) Déterminer les coordonnées des points C, D et E.

3) Démontrer que les points C, D et E sont alignés.



EXERCICE N°5 Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit

On considère un triangle ABC non aplati. Soient d_1, d_2 et d_3 les médiatrices des côtés de ABC.

1) Soit O le point d'intersection de d_1 et d_2. Montrer que $OA=OB=OC$.

2) En déduire que B et C sont sur le cercle de centre O et passant par A.

On appelle ce cercle : cercle circonscrit au triangle ABC.

3) Montrer que O appartient aussi à d_3.

Les médiatrices d'un triangle sont donc concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

EXERCICE N°6 Hauteurs d'un triangle et orthocentre

On considère un triangle ABC non aplati. Soient d_1 la parallèle à la droite (BC) passant par A, d_2 la parallèle à la droite (AC) passant par B et d_3 parallèle à la droite (AB) passant par C.

Les droites d_2 et d_3 se coupent en A', d_1 et d_3 coupent en B' et d_1 et d_2 se coupent en C'.

1) Montrer que $AB'CB$ et $C'ACB$ sont des parallélogrammes.

2) En déduire que A est le milieu de $[B'C']$.

3) Montrer par un raisonnement analogue que B et C sont les milieux respectifs des segments $[A'C']$ et $[A'B']$.

4) Dans le triangle ABC, on appelle Δ_1 la hauteur issue de A, Δ_2 la hauteur issue de B et Δ_3 hauteur issue de C. Montrer que Δ_1, Δ_2 et Δ_3 sont les médiatrices des côtés du triangle $A'B'C'$

5) Sachant que ces trois médiatrices sont concourantes (voir exercice précédent), en déduire que les hauteurs du triangle ABC sont concourantes.

Les hauteurs d'un triangles sont concourantes en un point qui se nomme l'orthocentre du triangle.

PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE E07

EXERCICE N°1

Dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$, placer le point $U(8\ ;\ 7)$ et le point T milieu de $[OU]$.

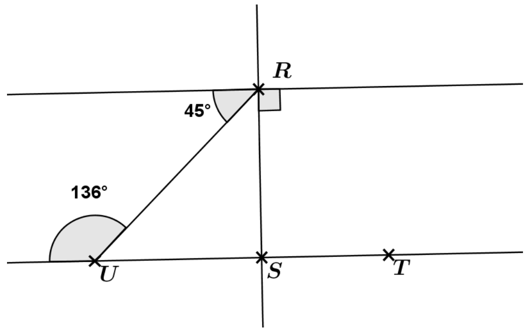
1) Construire le point R, projeté orthogonal de T sur l'axe des abscisses et le point S, projeté orthogonal de U sur l'axe des abscisses.

2) Montrer que le point R est le milieu de $[OS]$ et calculer ses coordonnées.

EXERCICE N°2 *Démontrer par l'absurde*

On considère la figure suivante dans laquelle point T appartient à la droite (US)

En raisonnant par l'absurde, montrer que le point S n'est pas le projeté orthogonal du point R sur la droite (UT).



EXERCICE N°3

A et B sont deux points distants de 4cm. Déterminer l'ensemble des points M situés à 5 cm de la droite (AB) et à 5 cm du point A.

EXERCICE N°4

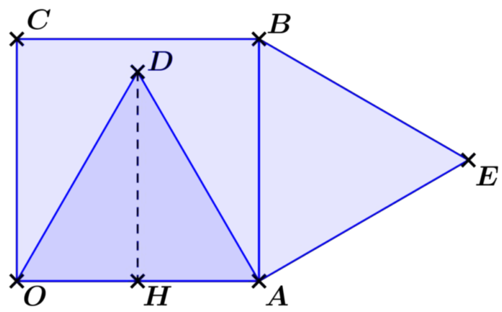
$OABC$ est un carré de côté 1, les triangles ODA et ABE sont équilatéraux.

On se place dans le repère $(O\ ;\ \overrightarrow{OA}\ ;\ \overrightarrow{OC})$

1) Calculer la hauteur DH du triangle OAD

2) Déterminer les coordonnées des points C, D et E.

3) Démontrer que les points C, D et E sont alignés.



EXERCICE N°5 *Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit*

On considère un triangle ABC non aplati. Soient d_1, d_2 et d_3 les médiatrices des côtés de ABC.

1) Soit O le point d'intersection de d_1 et d_2. Montrer que $OA=OB=OC$.

2) En déduire que B et C sont sur le cercle de centre O et passant par A.

On appelle ce cercle : cercle circonscrit au triangle ABC.

3) Montrer que O appartient aussi à d_3.

Les médiatrices d'un triangle sont donc concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

EXERCICE N°6 *Hauteurs d'un triangle et orthocentre*

On considère un triangle ABC non aplati. Soient d_1 la parallèle à la droite (BC) passant par A, d_2 la parallèle à la droite (AC) passant par B et d_3 parallèle à la droite (AB) passant par C.

Les droites d_2 et d_3 se coupent en A', d_1 et d_3 coupent en B' et d_1 et d_2 se coupent en C'.

1) Montrer que $AB'CB$ et $C'ACB$ sont des parallélogrammes.

2) En déduire que A est le milieu de $[B'C']$.

3) Montrer par un raisonnement analogue que B et C sont les milieux respectifs des segments $[A'C']$ et $[A'B']$.

4) Dans le triangle ABC, on appelle Δ_1 la hauteur issue de A, Δ_2 la hauteur issue de B et Δ_3 hauteur issue de C. Montrer que Δ_1, Δ_2 et Δ_3 sont les médiatrices des côtés du triangle $A'B'C'$

5) Sachant que ces trois médiatrices sont concourantes (voir exercice précédent), en déduire que les hauteurs du triangle ABC sont concourantes.

Les hauteurs d'un triangles sont concourantes en un point qui se nomme l'orthocentre du triangle .