LA FONCTION CARRÉ M07

EXERCICE N°1

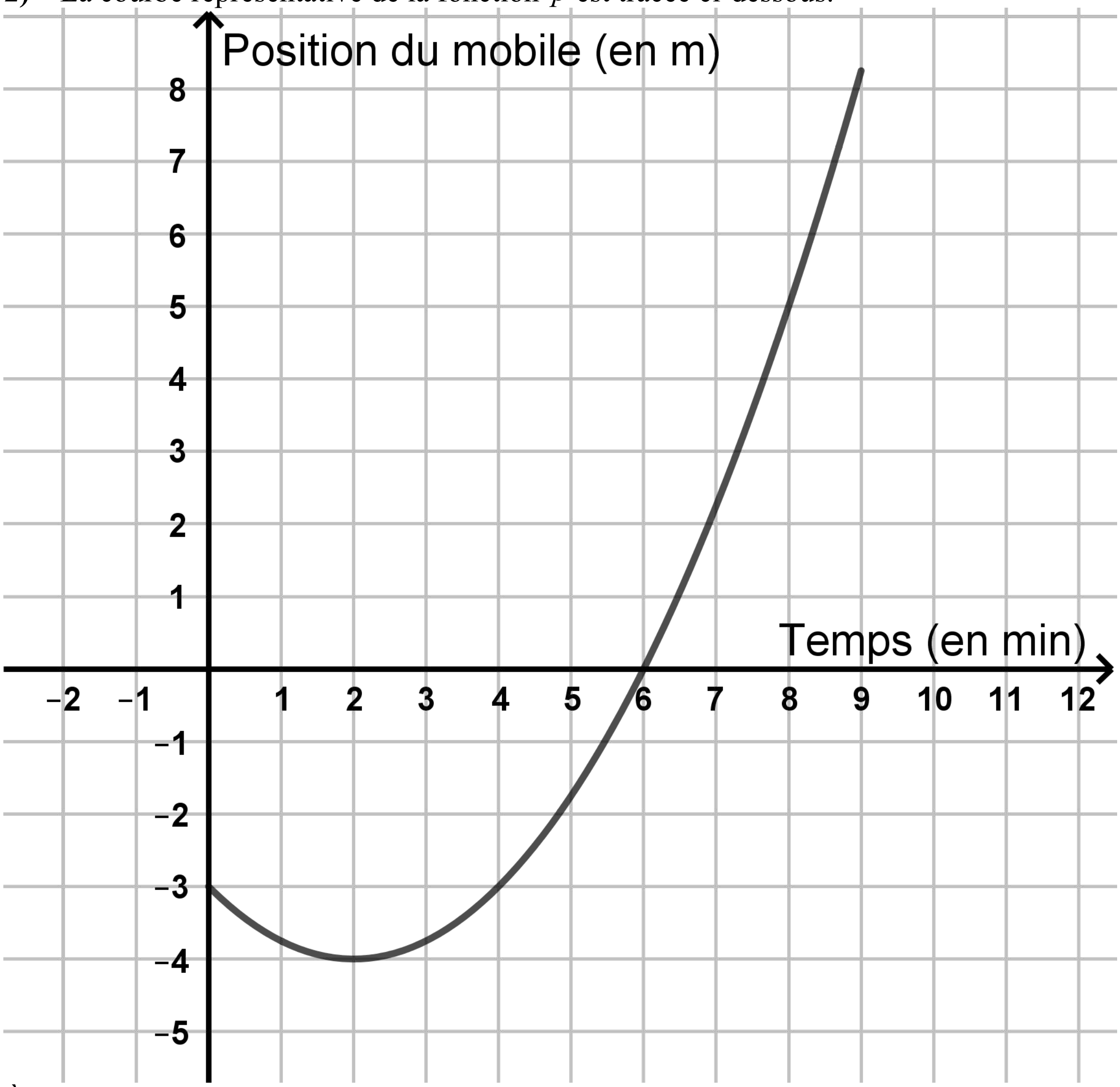
VOIR LE CORRIGÉ

Un mobile se déplace sur une droite graduée en mètre.

Son abscisse $p(t)$ sur cette droite graduée (exprimée en mètre) en fonction du temps écoulé t (exprimé en minute) depuis le départ est donnée par : $p(t) = 0{,}25t^2 - t - 3$.

1) Quelle est la position du mobile à l'instant $t = 0$ min (c'est-à-dire au début du mouvement), puis à l'instant $t = 8$ min ?

2) La courbe représentative de la fonction p est tracée ci-dessous.



À l'aide de cette courbe, répondre à la question suivante :

Déterminer à quel(s) instant(s) le mobile est à la position -3.

3) Montrer que, pour tout réel $t \geqslant 0$, $p(t) = 0{,}25(t-6)(t+2)$.

4) À l'aide du tableau de signes de p sur $[0 ; 9]$, déterminer à quels instants le mobile a une position positive ou nulle.

LA FONCTION CARRÉ M07C

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 1

Un mobile se déplace sur une droite graduée en mètre.
Son abscisse $p(t)$ sur cette droite graduée (exprimée en mètre) en fonction du temps écoulé t (exprimé en minute) depuis le départ est donnée par : $p(t) = 0{,}25t^2 - t - 3$.

1) Quelle est la position du mobile à l'instant $t = 0$ min (c'est-à-dire au début du mouvement), puis à l'instant $t = 8$ min ?

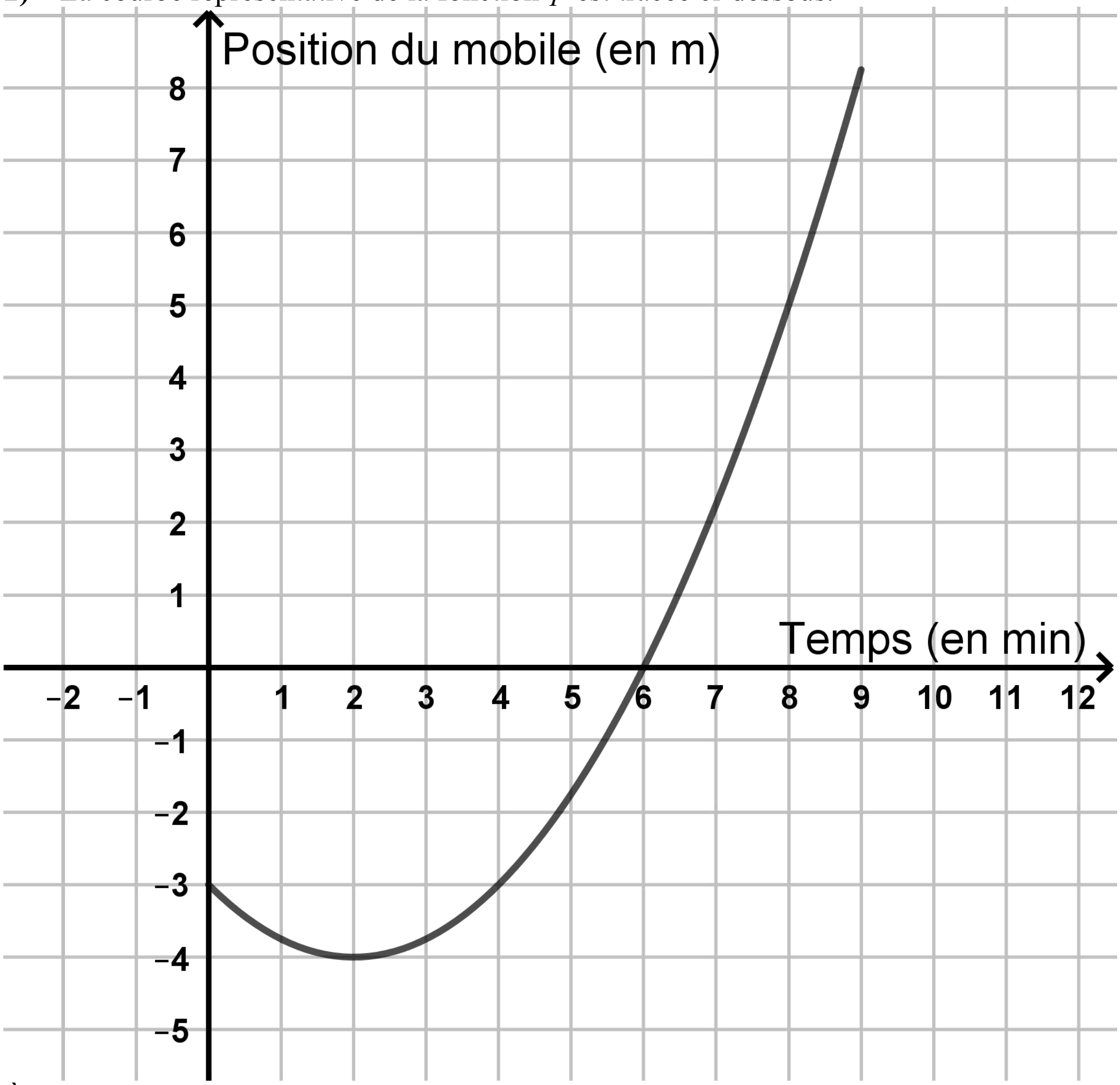
- $p(0) = 0{,}25 \times 0^2 - 0 - 3 = -3$

à l'instant $t = 0$ le mobile se trouve à la $\boxed{\text{position } -3}$

- $p(8) = 0{,}25 \times 8^2 - 8 - 3 = 5$

à l'instant $t = 0$ le mobile se trouve à la $\boxed{\text{position } 5}$

2) La courbe représentative de la fonction p est tracée ci-dessous.



À l'aide de cette courbe, répondre à la question suivante :
Déterminer à quel(s) instant(s) le mobile est à la position -3.

Par lecture graphique, le mobile se trouve à la position -3 aux instants $\boxed{0 \text{ min et } 4 \text{ min}}$

3) Montrer que, pour tout réel $t \geqslant 0$, $p(t) = 0{,}25(t-6)(t+2)$.

Pout $t \geqslant 0$

$$\begin{aligned} 0{,}25(t-6)(t+2) &= 0{,}25\left[t^2 + 2t - 6t - 12\right] \\ &= 0{,}25\left[t^2 - 4t - 12\right] \\ &= 0{,}25t^2 - t - 3 \\ &= p(t) \end{aligned}$$

Donc on a bien $p(t) = 0{,}25(t-6)(t+2)$.

On ne commence pas par écrire $p(t) = 0{,}25(t-6)(t+2)$ pour ensuite développer et réduire.
On part de l'expression $0{,}25(t-6)(t+2)$, (on ne sait pas encore si elle est égale à $p(t)$) on développe et réduit et on « tombe » sur l'expression de $p(t)$ donnée au début de l'exercice. Ce n'est qu'à ce moment que l'on peut affirmer l'égalité demandée.

Vous verrez par la suite des méthodes (de factorisation) permettant de partir de l'expression $0{,}25\,t^2-t-3$ et d'arriver $0{,}25(t-6)(t+2)$ mais pour le moment, nous ne les avons pas apprises...

4) À l'aide du tableau de signes de p sur $[0\ ;\ 9]$, déterminer à quels instants le mobile a une position positive ou nulle.

Commençons par le tableau de signes :
On utilisera bien sûr la forme factorisée $p(t) = 0{,}25(t-6)(t+2)$.

- $0{,}25$ est toujours strictement positif.
- $t-6 > 0 \Leftrightarrow t > 6$
- $t+2 > 0 \Leftrightarrow t > -2$

t	0		6		9
$0{,}25$		+	|	+	
$t-6$		−	0	+	
$t+2$		+	|	+	
$p(t)$		−	0	+	

Il s'agit à présent de résoudre $p(t) \geqslant 0$
Le tableau de signes, nous permet d'affirmer que l'ensemble des solutions de cette inéquation est : $[6\ ;\ 9]$
Ainsi le mobile aura une postive ou nulle à $\boxed{\text{tout instant compris en } 6 \text{ min et } 9 \text{ min inclus}}$.

Remarques :
Pour une fois, les bornes du tableau ne sont pas $-\infty$ et $+\infty$. Il a donc fallu faire attention quand on a reporté les valeurs -2 et 6. En effet -2 n'étant pas compris en 0 et 9 il ne doit pas apparaître dans le tableau, par contre on doit quand même s'occuper du signe de $t+2$.