La fonction carré E05

EXERCICE N°1

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1) $x^2 \leqslant 25$ **2)** $x^2 > 0{,}64$ **3)** $x^2 \geqslant 0{,}16$ **4)** $x^2 < -7{,}2$

EXERCICE N°2

VOIR LE CORRIGÉ

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1) $9x^2-3 \leqslant 6$ **2)** $2x^2+6 < 5$

3) $-14x^2+48 \leqslant 11x^2+12$ **4)** $-6{,}6x^2+3{,}4 > x^2-4{,}2$

LA FONCTION CARRÉ E05C

EXERCICE N°1 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 1

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1) $x^2 \leqslant 25$ **2)** $x^2 > 0{,}64$ **3)** $x^2 \geqslant 0{,}16$ **4)** $x^2 < -7{,}2$

1)

$x^2 \leqslant 25$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions $\boxed{[-5\ ;\ 5]}$.

Ici, on utilise la propriété n°5 et comme $25 > 0$ on obtient $\left[-\sqrt{25}\ ;\ \sqrt{25}\right]$ pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car $\sqrt{25} = 5$.

Les crochets sont tournés les solutions car on a une inégalité large ($\leqslant$ et pas $<$)

2)

$x^2 > 0{,}64$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions $\boxed{]-\infty\ ;\ -0{,}8[\ \cup\ ]0{,}8\ ;\ +\infty[}$.

Ici, on utilise la propriété n°6 et comme $0{,}64 > 0$ on obtient $]-\infty\ ;\ -\sqrt{0{,}64}[\ \cup\ ]\sqrt{0{,}64}\ ;\ +\infty[$ pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$.

Les crochets ne sont pas tournés les solutions car on a une inégalité stricte ($>$ et pas $\geqslant$)

Attention $-\infty$ et $+\infty$ n'étant pas des nombres, ils n'appartiennent pas aux solutions, c'est pour cela que les crochets ne sont jamais tournés vers eux.

3)

$x^2 \geqslant 0{,}16$

Cette inéquation admet comme ensemble des solutions $\boxed{]-\infty\ ;\ -0{,}4]\ \cup\ [0{,}4\ ;\ +\infty[}$.

Ici, on utilise la propriété n°6 et comme $0{,}16 > 0$ on obtient $]-\infty\ ;\ -\sqrt{0{,}16}[\ \cup\ ]\sqrt{0{,}16}\ ;\ +\infty[$ pour ensemble des solutions. Bien sûr, on simplifie l'écriture car $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$.

Les crochets sont tournés les solutions car on a une inégalité large ($\geqslant$ et pas $>$)

Attention $-\infty$ et $+\infty$ n'étant pas des nombres, ils n'appartiennent pas aux solutions, c'est pour cela que les crochets ne sont jamais tournés vers eux. (Je sais, je sais, on insiste…)

4)

$x^2 < -7{,}2$

Cette inéquation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$.

Ici, on utilise la propriété n°5 et comme $-7{,}2 < 0$, il n'y a pas de solution.

EXERCICE N°2 *(Le corrigé)* RETOUR À L'EXERCICE 2

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle.

1) $9x^2-3 \leqslant 6$ **2)** $2x^2+6 < 5$

3) $-14x^2+48 \leqslant 11x^2+12$ **4)** $-6{,}2x^2+3{,}4 > x^2-4{,}2$

Ici, on va se ramener à une forme que l'on connaît afin de pouvoir procéder comme dans l'exercice précédent.

1)

$9x^2-3 \leqslant 6 \Leftrightarrow 9x^2 \leqslant 9 \Leftrightarrow x^2 \leqslant 1$

Pour la 2e inéquation, on a ajouté 3 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé.

Pour la 3e inéquation, on a divisé par 9 chaque et comme $9>0$, le sens n'a pas changé.

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions : $\boxed{[-1\ ;\ 1]}$

$\sqrt{1}=1$ ...

2)

$2x^2+6 < 5 \Leftrightarrow 2x^2 < -1 \Leftrightarrow x^2 < -\dfrac{1}{2}$

Pour la 2e inéquation, on a retranché 4 à chaque membre et donc le sens de l'inégalité n'a pas changé. Pour la 3e, on a divisé chaque membre par 2 qui est strictement positif...

On en déduit que l'inéquation n'admet $\boxed{\text{aucune solution}}$.

On pouvait facilement deviner l'absence de solution : dans le membre de gauche, on ajoute un nombre positif ($2x^2$) à 6, le résultat ne risque pas d'être plus petit que 5...

3)

$-14x^2+48 \leqslant 11x^2+12 \Leftrightarrow -14x^2+48-(11x^2+12) \leqslant 0$ On retranche un même nombre...

$\Leftrightarrow -14x^2+48-11x^2-12 \leqslant 0$

$\Leftrightarrow -25x^2+36 \leqslant 0$

$\Leftrightarrow -25x^2 \leqslant -36$ On retranche 36 donc pas de changement de sens

$\Leftrightarrow x^2 \geqslant \dfrac{-36}{-25}$ On divise par -25 donc on change le sens

$\Leftrightarrow x^2 \geqslant \dfrac{36}{25}$ On simplifie

Sur une copie, on peut se contenter de la 4e et de la dernière ligne… Mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention…

On en déduit que l'inéquation admet comme ensemble des solutions :

$\boxed{\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{6}{5}\right] \cup \left[\dfrac{6}{5}\ ;\ +\infty\right[}$

$\sqrt{\dfrac{36}{25}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dfrac{6}{5}$ (nous en parlerons plus en détail bientôt…)

4)

$-6{,}6x^2+3{,}4 > x^2-4{,}2$

$-6{,}6x^2+3{,}4 > x^2-4{,}2 \Leftrightarrow -6{,}6x^2+3{,}4-(x^2-4{,}2) > 0$ On retranche un même nombre...

$\Leftrightarrow -6{,}6x^2+3{,}4-x^2+4{,}2 > 0$

$\Leftrightarrow -7{,}6x^2+7{,}6 > 0$

$\Leftrightarrow -7{,}6x^2 > -7{,}6$ On retranche un même nombre...

$\Leftrightarrow x^2 < \dfrac{-7{,}6}{-7{,}6}$ On divise par un même nombre négatif...

$\Leftrightarrow x^2 < \dfrac{7{,}6}{7{,}6}=1$ On simplifie

On en déduit que l'inéquation admet pour ensemble de solutions : $\boxed{]-1\ ;\ 1[}$.

Sur une copie, on peut se contenter de la 4e et de la dernière ligne...mais il est prudent de faire les autres au brouillon, ne serait-ce que pour éviter une inattention…