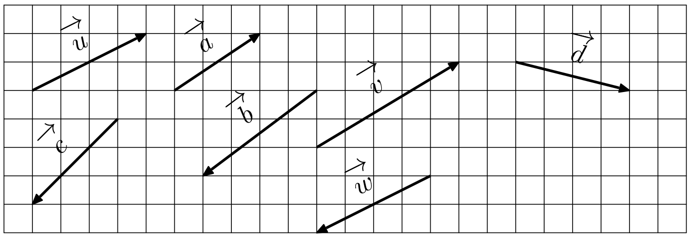
Seconde Préparation au DS02

Exercice 1

Définition :
Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur. On appelle vecteur opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$, le vecteur noté $-\overrightarrow{u}$ définit par :

- la même direction que le vecteur $\overrightarrow{u}$
- le sens opposé au vecteur $\overrightarrow{u}$
- la même longueur que $\overrightarrow{u}$

Dans le plan, on considère les 7 vecteurs ci-dessous :



1. Nommer le ou les vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{u}$.

2. Tracer un vecteur $\overrightarrow{e}$ opposé au vecteur $\overrightarrow{d}$.

Exercice 2

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note :

- I le milieu du segment $[AB]$;
- J le milieu du segment $[DC]$.

Déterminer dans chaque cas un représentant du vecteur résultant :

a. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{JA}$ b. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}$ c. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IJ}-\overrightarrow{DJ}$

Exercice 3

Soient A et B deux points du plan, on note I le milieu du segment $[AB]$

1. Compléter les pointillés pour vérifier la relation vectorielle suivante : $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{A......}$

2. Recopier et compléter avec les mots "*double* " et "*moitié*" les phrases suivantes :

   a. $\overrightarrow{AI}$ est ... de $\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB}$ est ... de $\overrightarrow{AI}$

3. En rapport avec la question précédente, compléter les pointillés avec le nombre adéquat :

   a. $\overrightarrow{AI}=\ldots\ldots\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB}=\ldots\ldots\overrightarrow{AI}$

Exercice 4

Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a. $3\overrightarrow{u}-2\overrightarrow{v}+2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$ b. $2\cdot(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})-\overrightarrow{u}$

d. $-(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})+2\cdot(\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v})$ e. $\dfrac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\overrightarrow{u}-\dfrac{3}{2}\cdot\overrightarrow{v}\right)-\dfrac{1}{6}\overrightarrow{u}$

Exercice 5

Dans le plan, on considère A, B, C trois points du plans non-alignés.

Pour chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{AC}$

b. $\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{BC}=k\cdot\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)$

c. $3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

d. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}+2\cdot\overrightarrow{BA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

Exercice 6

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

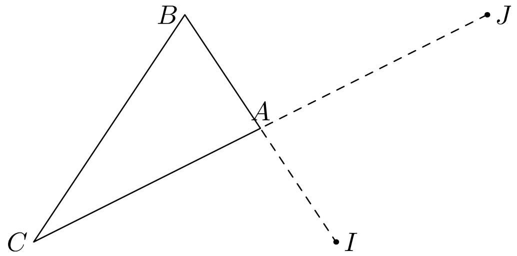
b. $5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AC}+3\cdot\overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{0}$

d. $3\cdot\overrightarrow{AD}+4\cdot\overrightarrow{BC}=7\cdot\overrightarrow{AC}$

Exercice 7

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :



Exprimer en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$

d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$ f. $\overrightarrow{IC}$

Exercice 8

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, on considère les trois points A, B, C définis par :

$A(2\,;-3)$; $B(-4\,;2)$; $C(0\,;-1)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par :
   $\overrightarrow{u}=2\times\overrightarrow{AB}+2\times\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$

2. Quelle expression simplifiée admet le vecteur $\overrightarrow{u}$?

Exercice 9*

1. a. Placer trois points A, B et C non-alignés dans le plan.

   b. Tracer un représentant de la somme :
   $\overrightarrow{u}=-\overrightarrow{AB}-2\cdot\overrightarrow{BC}+2\cdot\overrightarrow{AC}$

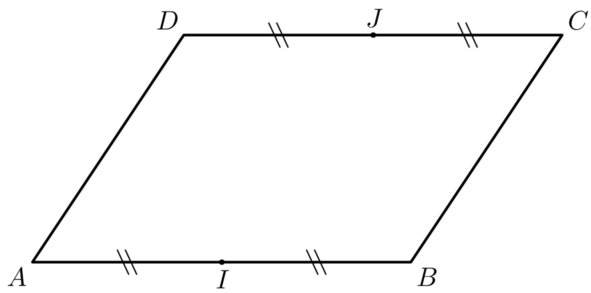
   c. Quelle conjecture peut-on émettre?

2. Etablir que : $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{AB}$

   Indication : On utilisera la relation de Chasles :
   $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$

Exercice 10

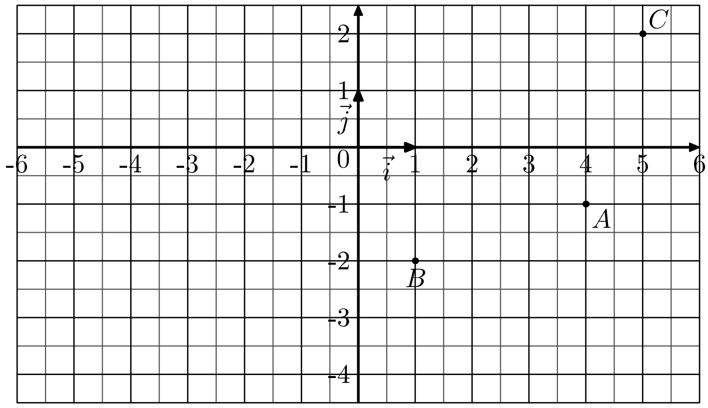
On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.



A l'aide des points de la figure, exprimer un représentant de la somme : $2\cdot\overrightarrow{AJ}+2\cdot\overrightarrow{CB}$

Exercice 11

On considère muni du repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ orthonormé et des trois poins A, B, C représentés ci-dessous :



1. a. Donner, sans justification, les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AC}$

   b. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par :
   $\overrightarrow{u} = 3{\cdot}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

2. Déterminer l'unique nombre réel k $(k \in \mathbb{R})$ vérifiant : $\overrightarrow{u} = k \times \overrightarrow{AB}$

Exercice 12

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\right)$ quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées : $A(2\,;1)$; $B(3\,;2)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $3{\cdot}\overrightarrow{AB}$.

2. Déterminer les coordonnées du point D tel que :

   $\overrightarrow{AD} = 3{\cdot}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 13

Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

$$\overrightarrow{AC} - 3 \cdot \overrightarrow{BD} + 2 \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 14

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$$

1. Montrer que ces trois points vérifient : $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{2}{\cdot}\overrightarrow{AC}$

2. Que peut-on dire des points A, B, C ?

Exercice 15

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé.

On considère les points :

$$A\left(\frac{1}{4}\,;\frac{1}{3}\right) \quad ; \quad B\left(1\,;\frac{5}{6}\right) \quad ; \quad C\left(-\frac{1}{2}\,;\frac{7}{6}\right)$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas deux vecteurs colinéaires.