Les vecteurs M05

Exercice 1

Définition : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non-nul du plan.
Deux vecteurs sont dits **colinéaire** s'il existe un nombre réel k tels que : $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$

Le nombre réel k s'appelle le **coefficient de colinéarité** de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$

1. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs réalisant l'égalité :
$2\vec{u} = 3\vec{v}$

Justifier que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et que leur coefficient de colinéarité est $\dfrac{3}{2}$.

2. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs réalisant l'égalité :
$\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$.

Justifier que ces deux vecteurs sont colinéaires.

3. Pour chacune des questions ci-dessous, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Déterminer la valeur du coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:

a. $\dfrac{1}{2} \cdot \vec{u} = \dfrac{3}{4} \cdot \vec{v}$ b. $3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v} = \vec{0}$

c. $3 \cdot \left(\vec{u} - 2 \cdot \vec{v}\right) = \vec{0}$ d. $-2 \cdot \left(\vec{u} + \vec{v}\right) = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$

Exercice 2

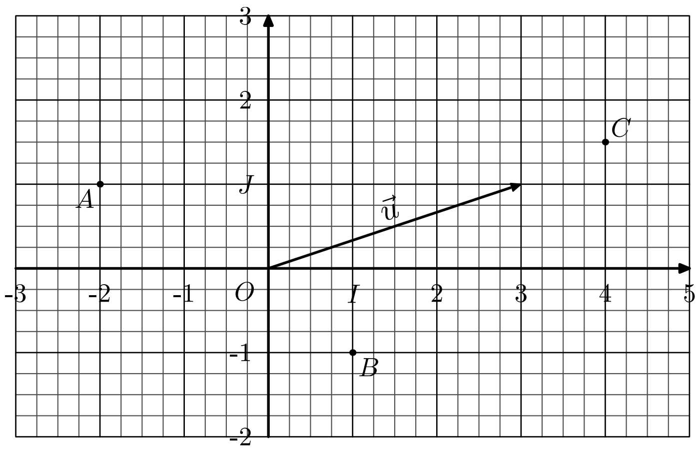
Pour chaque question, déterminer si les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
S'ils le sont, donner le coefficient associé de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:

a. $\vec{u}(-1\,;2)$; $\vec{v}(4\,;-8)$ b. $\vec{u}(3\,;2)$; $\vec{v}(9\,;4)$

c. $\vec{u}(2\,;3)$; $\vec{v}(4{,}2\,;6{,}3)$ d. $\vec{u}(0{,}7\,;4{,}1)$; $\vec{v}(-2{,}8\,;16{,}4)$

Exercice 3

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ et on considère les points A, B et C ci-dessous :



1. a. Donner les coordonnées des points A, B et C.

b. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

c. En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ défini par :
$\vec{v} = \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{BC}$

2. Justifier que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;;I\,;J\right)$, on considère les cinq points :
$A(2\,;-2)$; $B(11\,;-14)$; $C(-3\,;1)$; $D(5\,;3)$; $E(12\,;-19)$

Parmi les quatre vecteurs ci-dessous, un seul est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$:
$\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{CE}$

Lequel? Justifier votre réponse.

CC BY-NC

Exercice 5

Proposition : Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.
Les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires entre eux si, et seulement si, leur déterminant est nul.

On considère le plan muni d'un repere $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ et les quatre points :

$A(3\,;-5)$; $B(1\,;-1)$; $C(13\,;2)$; $D(18\,;-8)$

Etablir que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 6

On munit le plan d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$:

Montrer que les points suivants sont alignés :
$A(-3\,;-1)$; $B(1\,;5)$; $C(-1\,;2)$

Exercice 7

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$A(-5\,;1)$; $B(2\,;4)$; $C(-1\,;-2)$; $D(3\,;y_D)$

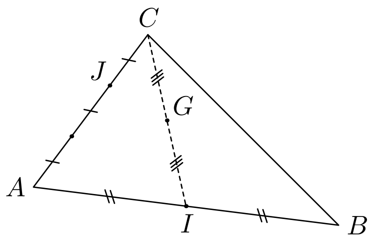
Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice 8

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$.
Soit A, B et C trois points du plan de coordonnées respectives : $(4\,;-1)$; $(1\,;3)$; $(1\,;-2)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice 9



On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est défini par la relation :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$$

On considère la base vectorielle $(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC})$.

1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ dans la base vectorielle $(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC})$.
2. Etablir que la décomposition vectorielle du vecteur $\overrightarrow{AG}$:
$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC}$$
3. En déduire l'alignement des points B, G, J.