# Les vecteurs M03

## Exercice 1

Compléter les pointillés afin de rendre chacune des phrases exactes :

a. Si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{......}$ alors le point $I$ est le milieu du segment $[AB]$.

b. Si $ABCD$ est un parallélogrammme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{......}$

c. Si $K$ est le milieu du segment $[XY]$ alors $\overrightarrow{...K}=\overrightarrow{......}$

d. Si $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PQ}$ alors ......... est un parallélogramme.

## Correction 1

Voici les phrases complétés :

a. Si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ alors le point $I$ est le milieu du segment $[AB]$.

b. Si $ABCD$ est un parallélogrammme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

c. Si $K$ est le milieu du segment $[XY]$ alors $\overrightarrow{XK}=\overrightarrow{KY}$

d. Si $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PQ}$ alors $MNQP$ est un parallélogramme.

## Exercice 2

Pour chacune des propositions ci-dessous, préciser si celle-ci est vraie ou fausse. *(aucune justification n'est demandée)*

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

b. Les segments $[AB]$ et $[CD]$ ont pour milieu le même point $I$. Le quadrilatère $CBDA$ et un parallélogramme

c. Le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme. Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$ sont égaux.

d. Le quadrilatère $WXYZ$ est un parallélogramme. Les diagonales $[WX]$ et $[YZ]$ ont même milieu.

## Correction 2

a. **Faux :**
En supposant que ce soit les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ qui sont égaux alors ce sera le quadrilatère $ABDC$ qui sera un parallélogramme.
En l'occurence, ici, le quadrilatère $ABCD$ sera un quadrilatère croisé.

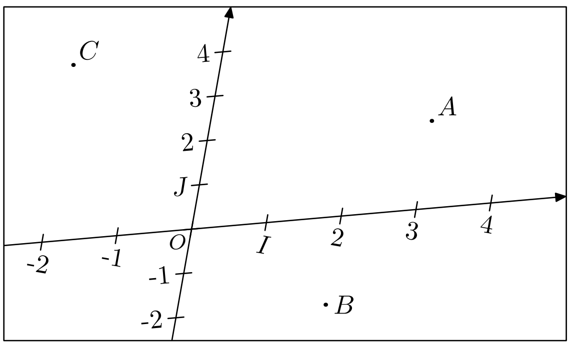
b. **Vrai :**
Les diagonales du quadrilatère $CBDA$ sont les segments $[CD]$ et $[BA]$. Ainsi, si les diagonales ont même milieu alors le quadrilatère $CBDA$ est un parallélogramme.

c. **Vrai :**
D'après le cours, si le quadrilatère $MNPQ$ est parallélogramme alors les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$ sont égaux.

d. **Faux :**
Pour le quadrilatère $WXYZ$, les segments $[WX]$ et $[YZ]$ étant des côtés du quadrilatère $WXYZ$, ils ne peuvent pas avoir le même milieu.

## Exercice 3

On considère le repère $(O;I;J)$ quelconque représenté ci-dessous et les trois points $A$, $B$, $C$ :




1. Donner les coordonnées des points $A$, $B$, $C$.

2. Placer les points $D$ et $E$ de coordonnées :

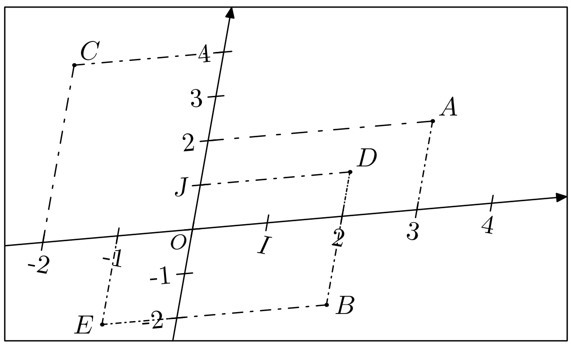
$$D(2;1) \quad ; \quad E(-1;-2)$$

## Correction 3

1. Voici les coordonnées des points :

$$A(3;2) \quad ; \quad B(2;-2) \quad ; \quad C(-2;4)$$

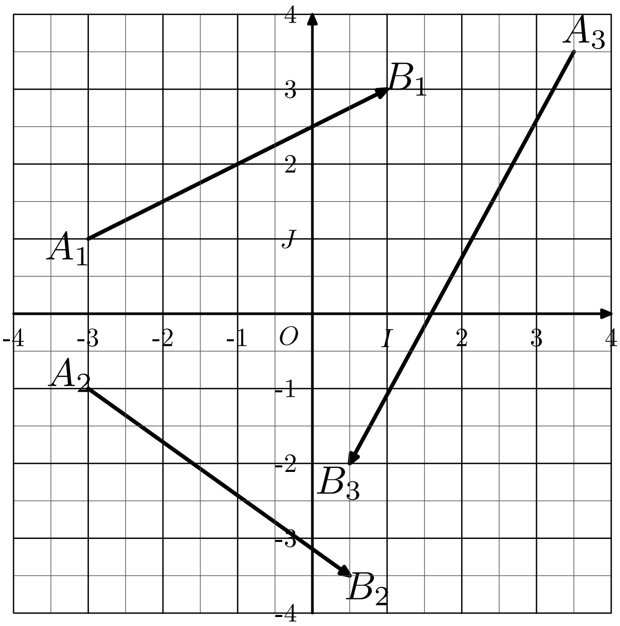
2. Voici les points $D$ et $E$ représentés :




## Exercice 4

On considère, dans le repère $(O;I;J)$ orthonormé et les trois vecteurs ci-dessous représentés ci-dessous :




1. Compléter le tableau suivant :

| $i$ | $(x_{A_i}\,;y_{A_i})$ | $(x_{B_i}\,;y_{B_i})$ | $x_{B_i}-x_{A_i}$ | $y_{B_i}-y_{A_i}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

2. a. Que représentent les nombres 4 et 2 pour le premier vecteur ?

   b. Expliquer pourquoi le second vecteur n'est pas représenté par les deux nombres 3,5 et 2,5.

## Correction 4

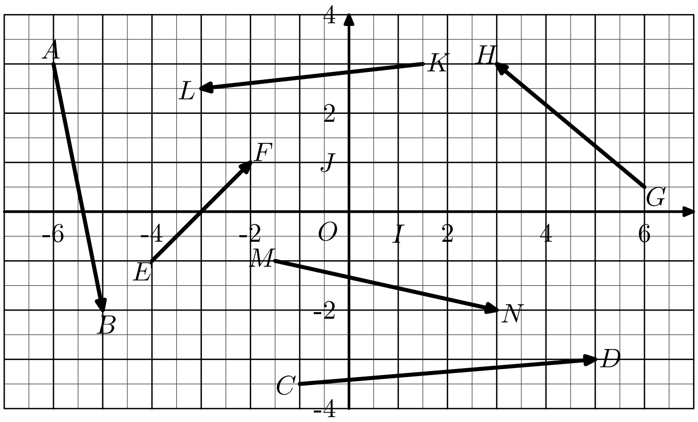
1. Compléter le tableau suivant :

| $i$ | $(x_{A_i}\,;y_{A_i})$ | $(x_{B_i}\,;y_{B_i})$ | $x_{B_i}-x_{A_i}$ | $y_{B_i}-y_{A_i}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $(-3\,;1)$ | $(1\,;3)$ | 4 | 2 |
| 2 | $(-3\,;-1)$ | $(0{,}5\,;-3{,}5)$ | 3,5 | $-2{,}5$ |
| 3 | $(3{,}5\,;3{,}5)$ | $(0{,}5\,;-2)$ | $-3$ | $-5{,}5$ |

2. a. 4 représente le déplacement sur les abscisses pour passer du point $A_1$ au point $B_1$ ; 2 représente le déplacement sur les ordonnées pour le même déplacement.

   b. 2,5 ne représente pas le déplacement des ordonnées correspondant au second vecteur car ce déplacement s'effectuant dans le sens négatif de l'axe des ordonnées, la valeur associée est $-2{,}5$.

## Exercice 5




1. Graphiquement, déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$.

2. a. Donner les coordonnées des points $G$, $H$, $K$, $L$, $M$ et $N$.

   b. En déduire, par le calcul, les coordonnées des vecteur $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$.

## Correction 5

1. On a les coordonnées des vecteurs :
   $\overrightarrow{AB}(1\,;-5)$ ; $\overrightarrow{CD}(6\,;0{,}5)$ ; $\overrightarrow{EF}(2\,;2)$

2. a. Voici les coordonnées des points :
   $G(6\,;0{,}5)$ ; $H(3\,;3)$ ; $K(1{,}5\,;3)$
   $L(-3\,;2{,}5)$ ; $M(-1{,}5\,;-1)$ ; $N(3\,;-2)$

   b. On a les coordonnées de vecteurs :
   - $\overrightarrow{GH}(x_H-x_G\,;y_H-y_G)$
     $=(3-6\,;3-0{,}5)(-3\,;2{,}5)$
   - $\overrightarrow{KL}(x_L-x_K\,;y_L-y_K)$
     $=(-3-1{,}5\,;2{,}5-3)=(-4{,}5\,;-0{,}5)$
   - $\overrightarrow{MN}(x_N-x_M\,;y_N-y_M)$
     $=(3-(-1{,}5)\,;-2-(-1))=(4{,}5\,;-1)$

## Exercice 6

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et les points $A$ et $B$ de coordonnées : $A(-4\,;-2)$ ; $B(3\,;-4)$

1. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB}(7\,;-2)$.

2. On considère les deux points $C$ et $D$ de coordonnées :
   $C(1\,;1)$ ; $D(8\,;-1)$

   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

   b. Nommer le parallélogramme formé par les quatre points $A$, $B$, $C$ et $D$.

3. Sans justification, donner les coordonnées du point $E$ tel que le quadrilatère $ABCE$ soit un parallélogramme.

## Correction 6

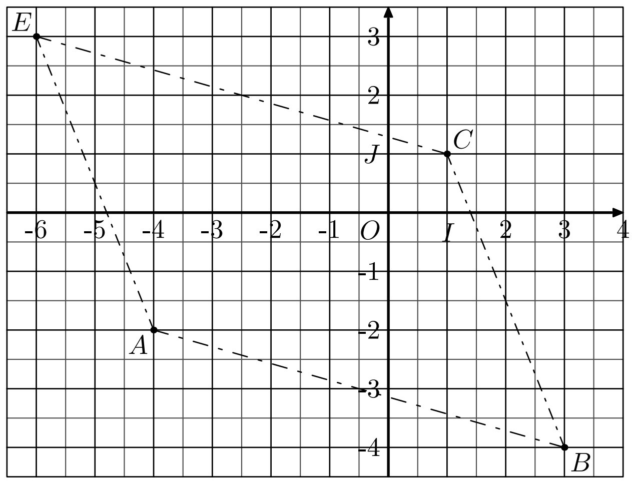
1. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(3-(-4)\,;-4-(-2))$
$=(3+4\,;-4+2)=(7\,;-2)$

**2.** a. Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{CD}(x_D-x_C\,;y_D-y_C)=(8-1\,;-1-1)=(7\,;-2)$

b. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ayant les mêmes coordonnées, on en déduit que ces deux vecteurs sont égaux.
Puisque $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$, on en déduit que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.

**3.** Voici les points $A$, $B$, $C$, $E$ placés dans le repère ci-dessous pour former un parallélogramme :




Les coordonnées du point $E$ sont : $(-6\,;3)$

## Exercice 7

Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

$A(2\,;2)$ ; $B(-0{,}5\,;-1)$ ; $C(-2\,;0{,}5)$ ; $D(0{,}5\,;3{,}5)$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

## Correction 7

Déterminons les coordonnées des vecteurs suivants :

- $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(-0{,}5-2\,;-1-2)$
  $=(-2{,}5\,;-3)$
- $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,;y_C-y_D)=(-2-0{,}5\,;0{,}5-3{,}5)$
  $=(-2{,}5\,;-3)$

En remarquant que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont même coordonnées, on en déduit que ces deux vecteurs sont égaux.

Puisque $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, on en déduit que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

## Exercice 8*

Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

$A\left(\dfrac{5}{3}\,;\dfrac{7}{4}\right)$ ; $B\left(\dfrac{11}{3}\,;-\dfrac{5}{4}\right)$ ; $C\left(\dfrac{16}{7}\,;\dfrac{12}{5}\right)$ ; $D\left(\dfrac{2}{7}\,;\dfrac{27}{5}\right)$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

## Correction 8

Déterminons les coordonnées des vecteurs suivants :

- $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=\left(\dfrac{11}{3}-\dfrac{5}{3}\,;-\dfrac{5}{4}-\dfrac{7}{4}\right)$
  $=\left(\dfrac{11-5}{3}\,;\dfrac{-5-7}{4}\right)=\left(\dfrac{6}{3}\,;\dfrac{-12}{4}\right)=(2\,;-3)$
- $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,;y_C-y_D)=\left(\dfrac{16}{7}-\dfrac{2}{7}\,;\dfrac{12}{5}-\dfrac{27}{5}\right)$
  $=\left(\dfrac{16-2}{7}\,;\dfrac{12-27}{5}\right)=\left(\dfrac{14}{7}\,;\dfrac{-15}{5}\right)=(2\,;-3)$

En remarquant que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont même coordonnées, on en déduit que ces deux vecteurs sont égaux.

Puisque $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, on en déduit que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.