AIDE MÉMOIRE

I Langage ensembliste

I.1 Ensemble

Un ensemble est une collection d'éléments.

Exemple n°1.

$\{a;b;c\}$; $\{3,1;-2,1;8;25\}$ sont des ensembles finis.

$E=\{4;d;8;22\}$ permet d'alléger l'écriture en écrivant seulement E pour parler de l'ensemble décrit.

$\mathbb{N};\mathbb{Z};\mathbb{D};\mathbb{Q};\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ sont des ensembles infinis.

I.2 Appartenance

Le symbole $\in$ se lit « appartient à »
Le symbole $\notin$ se lit « n'appartient pas à »

Exemple n°2.

$a \in \{a;b;c\}$; $4 \notin \{a;b;c\}$

$\{x\in\mathbb{Z}/\ x\geqslant 0\}$ on décrit un ensemble à l'aide d'une propriété (ici $\mathbb{N}$)

I.3 Inclusion

Soient E et F deux ensembles.
$E \subset F$ se lit « E est inclus dans F »
$E \not\subset F$ se lit « E n'est pas inclus dans F »

Remarque n°1.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

On écrit parfois $E\subseteq F$ ce qui permet d'insister sur le fait que E peut être égal à F.

On peut écrire les symboles dans l'autre sens : $F\supset E$ ou $F\supseteq E$

I.4 Intersection, Union, Complémentaire

Soient E ; F et G trois ensembles tels que $E \subset G$ et $F \subset G$

$E \cap F$ se lit « E inter F »

C'est l'ensemble des éléments appartenant à E **et** F.

$E \cup F$ se lit « E union F »

C'est l'ensemble des éléments appartenant à E **ou** F. (le « ou » est inclusif)

Vous trouverez parfois écrit : E **et/ou** F pour décrire l'union.

$\overline{E}$ se lit « E barre » ou encore le « complémentaire de E »

C'est l'ensemble des éléments qui n'appartiennent pas à E.

Si on veut rappeler que E est inclus dans G,
on écrit $G\setminus E$ à la place de $\overline{E}$

I.5 Quantificateurs

Le symbole $\exists$ se lit : « il existe »

Le symbole $\forall$ se lit : « Pour tout » ou « Quelque soit »

Exemple n°3.

$E=\{n \in \mathbb{N} \ / \ \exists\, p\in\mathbb{N}, n=2\,p\}$ E est l'ensemble des nombres pairs.

$\forall\ n \in E, \exists\ p \in \mathbb{N}, n=2p$ se lit :
Pour tout n appartenant à E, il existe un entier p tel que $n = 2p$ (c'est vrai!)

$\exists\ p \in \mathbb{N}, \forall\ n \in E, n=2p$ se lit :
Il existe un entier p et pour tout n appartenant à E , $n = 2p$ (c'est faux!)